

⌘ Baccalauréat STT ACA–ACC Pondichéry ⌘
3 avril 2006

La calculatrice (conforme à la circulaire N° 99-186 du 16-11-99) est autorisée. Le formulaire officiel est autorisé.

EXERCICE 1

8 points

Le chiffre d'affaires d'une entreprise E, exprimé en millions d'euros, au cours des six dernières années est donné par le tableau suivant :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires : y_i	3,12	3,23	3,65	4,28	4,54	4,76

1. Représenter le nuage des points $M_i(x_i ; y_i)$ associé au tableau statistique précédent.
On choisira comme unités :
 - sur l'axe des abscisses 2 cm pour une unité ;
 - sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 100 000 euros en commençant la graduation à 3 millions d'euros.
2. Le point moyen du nuage est noté G.
Calculer les coordonnées de G et placer ce point sur le graphique.
3. On prend la droite \mathcal{D} d'équation :

$$y = 0,4x + 2,53$$

comme droite d'ajustement du nuage.

- a. Montrer que le point G appartient à la droite \mathcal{D} .
 - b. Construire la droite \mathcal{D} sur le graphique.
4. Quelle estimation du chiffre d'affaires de cette entreprise peut-on donner pour les années 2006 et 2007 ?
 5. Une entreprise F a le même chiffre d'affaires en 2000 que l'entreprise précédente E, mais ce chiffre d'affaires augmente de 9,1 % chaque année.
 - a. Justifier que le chiffre d'affaires de l'année $2000 + n$ est $u_n = 3,12 \times 1,091^n$.
 - b. Calculer le chiffre d'affaires de l'entreprise F pour les années 2006 et 2007.

PROBLÈME

12 points

Un artisan qui fabrique des petits meubles fait une étude sur une production comprise entre 0 et 60 objets. Le coût de production, en euros, de x meubles fabriqués est donné par :

$$C(x) = x^2 + 50x + 900.$$

pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 60]$.

Partie A

1. Calculer $C(0)$. En déduire les frais fixes de l'artisan.
2. Quel est le coût de production de 30 meubles ?
3. Quel est le coût de production par meuble, lorsque l'artisan fabrique 30 meubles ?
4. Soit $f(x)$ le coût unitaire moyen pour x meubles fabriqués. Exprimer $f(x)$ en fonction de x , pour $x \neq 0$.

Partie B :

On étudie la fonction f définie sur l'intervalle $[7; 60]$ par :

$$f(x) = x + 50 + \frac{900}{x}.$$

1. a. Déterminer la dérivée de f .
b. Justifier que $f'(x) = \frac{(x-30)(x+30)}{x^2}$.
2. Étudier le signe de $f(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[7; 60]$.
3. Compléter le tableau suivant :

x	7	10	15	20	25	30	40	45	50	60
$f(x)$										

4. Tracer la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :
 - 1 cm pour 5 meubles en abscisses,
 - 1 cm pour 5 euros en ordonnées en commençant la graduation à 100.

Partie C :

Dans cette partie, la production est comprise entre 7 et 60 objets.

1. Quel nombre de meubles doit fabriquer l'artisan pour que le coût unitaire moyen soit minimal ? Indiquer ce coût.
2. Chaque meuble est vendu 115 euros.
 - a. Construire la droite \mathcal{D} d'équation $y = 115$ sur le graphique précédent.
 - b. Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D} .
 - c. En déduire l'intervalle de production pour lequel l'artisan réalise un bénéfice.
3. Exprimer, en fonction de x , la recette $R(x)$ produite par la vente de x meubles.
4. En déduire l'expression en fonction de x du bénéfice $B(x)$ réalisé par la vente des x meubles (utiliser l'expression de $C(x)$ donnée dans la **Partie A**).
5. Calculer $B(20)$, $B(45)$ et $B(30)$. Les résultats trouvés sont-ils en accord avec les conclusions de la question 2. c. ?