

∞ **Baccalauréat A. E. F. Antilles et Guyane** ∞
Série mathématiques septembre 1959

I

1^{er} sujet

Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$$

et faire un graphique soigné de la courbe représentative.

2^e sujet

Même question pour

$$y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}.$$

3^e sujet

Même question pour

$$y = \frac{\sin x}{\sqrt{2} \sin x + 1}.$$

II

On considère dans un plan un point A et une droite D ne passant pas par A. Soient D' la parallèle à D passant par A, Δ la parallèle à D et D' équidistante de ces deux droites, 2a la distance de D et D'.

À tout point M du plan on fait correspondre le point M' de AM, conjugué harmonique de M par rapport à A et au point d'intersection N de AM et D.

1. Montrer que, lorsque M décrit une droite δ, le point M' décrit une droite δ', appelée homologue de δ.
Montrer qu'en général δ et δ' coupent D' en deux points symétriques par rapport à A.
Quel est le cas d'exception?
2. Étudier les homologues de deux droites δ et δ₁ parallèles, de deux droites δ et δ₁ se coupant sur Δ.
Montrer que trois points dont l'un est le milieu du segment déterminé par les deux autres ont pour homologues trois points formant une division harmonique avec le point d'intersection de la droite qui les porte et de Δ.
(On pourra faire passer par ces trois points des droites parallèles entre elles.)
3. On suppose que M décrit un cercle (C), de centre A, de rayon R.
Montrer que M' décrit une conique (Γ) de foyer A et de directrice Δ.
4. Montrer que le centre de (Γ), s'il existe, est l'homologue du pôle de Δ par rapport à (C).
5. En utilisant la correspondance entre (C) et (Γ), déterminer le lieu des milieux des cordes de (Γ) parallèles à une direction donnée.