Baccalauréat A. E. F. et Maroc juin 1956
Série mathématiques

I. 1er sujet

Reste de la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par un nombre.
Caractère de divisibilité par 9.

I. 2e sujet

Diviseurs communs à deux nombres.
P.G.C.D. Recherche par la méthode des divisions successives.
Application aux nombres 4 433 et 1 364.

I. 3e sujet

La suite des nombres premiers est illimitée.

II.

Soit l'ellipse (E), d'équation

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

On se propose de déterminer l'intersection de cette ellipse avec un cercle (C) passant par les foyers F et F′ d'abscisses respectives c et $-c$.
Ce cercle (C) sera considéré comme lieu géométrique des points M tel que l'angle de droites $\left(\text{MF},\ \text{MF}'\right)=\alpha$.

1. M étant un point quelconque du cercle (C), exprimer $z=\operatorname{tg}\alpha$ en fonction de c et des coordonnées x et y de M.

   Montrer que, si M est aussi sur l'ellipse, $z=\dfrac{2b^2cy}{c^2y^2-b^4}$.
2. Variations et courbe représentative de la fonction z de y lorsque M parcourt l'ellipse.

   Il y a deux formes de courbes possibles, suivant la valeur du rapport $\lambda=\dfrac{b}{c}$.
3. Déterminer le nombre de points d'intersection de l'ellipse (E) et du cercle (C).

   Préciser les conditions auxquelles doivent satisfaire λ et z pour que le problème possède quatre solutions.
4. Dans les cas des quatre points d'intersection, ceux-ci sont groupés de telle façon que deux d'entre eux, M_1 et M_2 ont des ordonnées de signes différents.

   Trouver une relation indépendante du cercle (C) entre ces deux ordonnées y_1 et y_2.

   En supposant que les points M_1 et M_2 sont tous deux d'abscisse positive, que $y_1>0$ et que $|y_1|>|y_2|$ on pose $y_1=b\sin\varphi_1,\quad y_2=b\sin\varphi_2$ et l'on cherche à déterminer y_1 et y_2 de manière que $\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\pi}{2}$.

   Montrer qu'il ne peut en être ainsi que si λ est inférieur à une valeur, que l'on déterminera.

   On achèvera la détermination des valeurs y_1 et y_2 lorsque $\lambda=\dfrac{1}{2}$.