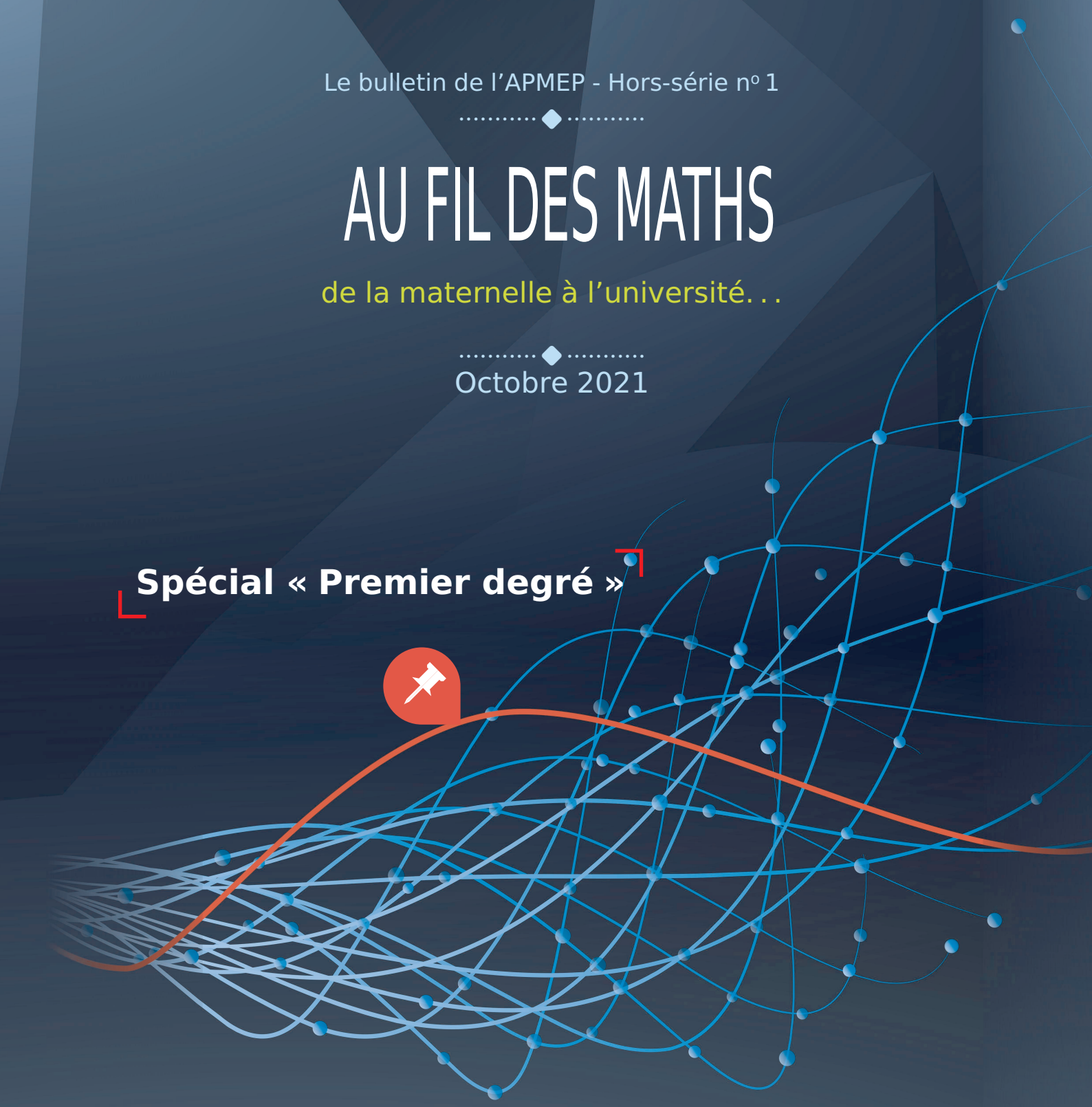
Le bulletin de l'APMEP - Hors-série n° 1

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université. . .

Octobre 2021

Spécial « Premier degré »



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION
DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES
DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris
Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77
Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : https://www.apmep.fr
Présidente d'honneur : Christiane Zehren

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
https://afdm.apmep.fr
version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte *via* l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou *via* le QRcode, ou suivez les logos.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonceurs : pour toute demande de publicité, contactez Mireille Génin mcgenin@wanadoo.fr

AU FIL DES MATHS

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directeur de publication : *Sébastien Planchenault.*

Responsable coordinatrice de l'équipe : *Lise Malrieu.*

Rédacteurs : *Vincent Beck, Françoise Bertrand, François Boucher, Richard Cabassut, Séverine Chassagne-Lambert, Frédéric De Ligt, Agnès Gateau, Mireille Génin, Cécile Kerboul, Valérie Larose, Lise Malrieu, Sophie Roubin, Daniel Vagost, Thomas Villemonteix, Christine Zelty.*

« Fils rouges » numériques : *François Bouyer, Gwenaëlle Clément, Nada Dragovic, Laure Étévez, Marianne Fabre, Robert Ferréol, Yann Jeanrenaud, Céline Monluc, Christophe Romero, Agnès Veyron.*

Illustrateurs : *Pol Le Gall, Olivier Longuet, Jean-Sébastien Masset.*

Équipe TEXnique : *François Couturier, Isabelle Flavier, Anne Héam, François Pétiard, Guillaume Seguin, Sébastien Soucaze, Sophie Suchard, Michel Suquet.*

Maquette : *Olivier Reboux.*

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.
Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.
La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François Pétiard
Dépôt légal : Octobre 2021
ISSN : 2608-9297

Éditorial

Venez et vous verrez !

C'est une tâche sérieuse que d'avoir à accueillir de nouveaux lecteurs ; je l'endosse avec joie. Elle est le juste retour de la main qui m'a été tendue lorsque j'ai pour la première fois bravé le sol des Journées Nationales de l'APMEP.

Je suis professeure des écoles et j'avais cru bon alors d'ajouter une mention au crayon sur l'étiquette d'identité qui m'avait été remise à l'inscription : « Nulle en maths ». Cette mauvaise fanfaronnade servait à prévenir tout interlocuteur que la discussion risquait de faire flop s'il s'aventurait sur des sujets *très* mathématiques.

Il existe encore des enseignants du premier degré qui vivent cette contradiction remarquable d'être les premiers enseignants de mathématiques et de se sentir illégitimes à les enseigner. *Nulle en maths*, cela en dit long sur la relation que bon nombre de Français entretiennent avec le souvenir de l'enseignement de cette discipline puisque la rencontre avec les mathématiques s'affirme en premier lieu dans le cadre de l'institution scolaire. Notre système scolaire engendre des professions qui utilisent au quotidien des notions mathématiques, les manipulent, les partagent, les enseignent ; il façonne malgré tout des dépréciations profondes sur l'échelle intime du rapport aux mathématiques. La phrase que j'aurais volontiers écrite au sortir des trois jours de conférences et d'ateliers était tout autre : « C'est ça les maths ! ». Ainsi les activités mathématiques demandaient de confronter des raisonnements et des savoirs techniques, de construire la capacité à choisir des moyens efficaces, rigoureux et même *jolis* d'accéder à un résultat valide, et non de brandir ce résultat comme seul fruit de l'activité. Faire des mathématiques, ce serait dorénavant une perspective de questionnement collectif au sein de ma classe.

À l'APMEP, la posture d'autorité que l'on rencontre fréquemment dans le rapport social de celui qui sait vers celui qui ne sait pas, n'a pas de raison d'être. En premier lieu du fait de toute absence de hiérarchie (dont on connaît la force de verrouillage pour la construction d'une coopération). Ensuite, de par la reconnaissance de l'identité professionnelle de chacun. Être professeur des écoles ou professeur de collège et de lycée, enseignant du supérieur, implique des gestes professionnels spécifiques et une aptitude didactique distincte ; s'il existe une posture dogmatique au sein de l'association, c'est celle-là.

J'ai plaisir à témoigner des temps de partage et d'échanges qui caractérisent les groupes et leurs discussions. J'ai la certitude qu'ils contribuent à la capacité d'engagement dans l'exercice de notre métier et à notre faculté de mise en mouvement, de renouvellement et de joie à construire une vie avec nos élèves. Adhérer à l'APMEP, c'est une amorce forte dans la possibilité d'un épanouissement professionnel fait d'expérimentations, de questionnements et de choix. C'est aussi certainement une possibilité de couper court à la reproduction d'une image des mathématiques puissamment sélective et potentiellement élitiste.

Ce hors-série d'*Au fil des maths* a la capacité de présenter cette force du collectif. Il est une fenêtre ouverte sur quelques ressources pour la pratique de classe et exalte la capacité de partage et d'échange du groupe. Il est une invitation à prendre part à la construction : bienvenue à tous ! Et au grand plaisir de vous rencontrer !

Agnès Gateau est enseignante à l'école élémentaire d'Étigny (89). Elle est aussi membre de la commission *Premier degré* de l'APMEP.

agnesgateau@gmail.com

© APMEP *Octobre 2021*

Présentation

L'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), association régie par la loi de 1901, a été fondée en 1910. Elle s'engage et soutient toute action qui lui paraît propre à permettre un enseignement des mathématiques de qualité pour toutes et tous, de la maternelle à l'université. Elle est composée d'une vingtaine de commissions et groupes de travail nationaux, qui apportent leurs contributions aux prises de position et aux publications de l'association.

L'APMEP est présente sur l'ensemble du territoire par l'intermédiaire de vingt-cinq associations régionales, qui organisent notamment divers séminaires et colloques, dont les « Journées Nationales » annuelles depuis 1960. L'APMEP se veut être un lieu de libre parole, de confrontation d'idées et d'autoformation.

L'association ne vit que des cotisations de ses adhérents, des ventes de ses publications (dont les auteurs sont bénévoles), d'une redevance du CFC (Centre Français d'exploitation du droit de Copie), et de quelques recettes versées par des partenaires ; ses responsables et membres actifs ne bénéficient d'aucune décharge de service pour la gestion de l'association, mais l'aventure est passionnante ! Alors si vous souhaitez soutenir ou participer aux travaux de l'APMEP, n'hésitez plus et adhérez.

La revue *Au fil des maths*, le bulletin trimestriel de l'APMEP, s'adresse à tout enseignant de mathématiques, de la maternelle à l'enseignement supérieur. Il s'agit d'une revue professionnelle, tournée vers les préoccupations et besoins « de terrain », complémentaire de revues plus didactiques et théoriques telles que *Grand* $\mathbb{N}$ ou *Repères IREM*. L'équipe éditoriale publie dans chaque numéro un ou plusieurs articles en lien avec l'enseignement en école primaire. Vous serez probablement aussi intéressés par des articles tournés vers la Sixième, sources d'inspiration pour les classes de CM1 et CM2, qui donnent accès à des idées pour enseigner les mathématiques en vue du cycle 4.

Chaque numéro d'*Au fil des maths* est constitué de cinq rubriques principales, que vous découvrirez dans ce hors-série.

Page 126 **Avec les élèves**

Les articles de pratique de classe relatent des expérimentations ou présentent des ressources qui ont toutes été testées avec des élèves. Ils cherchent à en dégager à la fois les points forts et les limites. Vous pourrez y puiser des idées, cette fois très concrètes ; la plupart des activités sont quasiment « clé en main » mais sont bien sûr destinées à être adaptées au contexte dans lequel vous travaillez. Certains articles donnent lieu à des témoignages d'enseignants ayant testé la ressource ou le dispositif.

Page 126 **Ouvertures**

C'est le lieu des mathématiques pour réfléchir et approfondir. C'est aussi le lieu des articles qui sortent des sentiers battus, où l'on trouvera des idées originales, des liens avec d'autres disciplines.

Page 157 **Récréations**

Dans chaque numéro sont proposés de jolis problèmes à chercher, des énigmes et curiosités mathématiques : pour vos élèves parfois, pour vous toujours ! Une source d'inspiration, en tout cas.

Page 157 **Opinions**

Les articles de cette rubrique, souvent orientés sur la didactique, sont écrits par des auteurs actuels reconnus en recherche, avec l'objectif de se mettre à la portée de tout enseignant ou formateur. La plupart peuvent donc être utilisés tels quels pour se former, faire réfléchir ou approfondir un point de didactique. Ils sont émaillés d'exemples et accompagnés d'une bibliographie qui vous permettra d'aller plus loin sur le sujet, selon vos besoins.

Page 157 **Au fil du temps**

Des éléments d'histoire des mathématiques pour parfaire votre culture, des recensions d'ouvrages mathématiques. Parmi eux, quelques pépites pour l'école primaire, mais aussi des contenus de niveaux variés qui sauront aiguiser votre curiosité.

L'APMEP est heureuse de vous mettre à disposition ce hors-série en accès libre et gratuit. L'école maternelle et élémentaire est le premier lieu d'apprentissage des mathématiques, celui de la construction de concepts fondamentaux comme le nombre entier ; il était donc tout simplement naturel que ce premier hors-série d'*Au fil des maths* soit consacré au premier degré. Nous espérons que l'ensemble de ce numéro composé d'anciens articles augmentés de témoignages de collègues et de nouveaux articles vous sera utile à la fois pour votre culture mathématique et didactique personnelle, et dans votre pratique de classe.

Dans le même esprit que ce hors-série d'*Au fil des maths*, vous pourrez également participer aux *Mercredis de l'APMEP* qui se veulent être un espace dédié aux questions de l'enseignement des maths à l'école primaire ou encore à la commission *Premier degré*. Pour plus d'information, n'hésitez pas à consulter notre site.

En attendant, vous avez accès à la boutique en ligne, qui contient toutes les ressources « premier degré » éditées par l'association.

Pour adhérer à l'association, rendez-vous ici ou là (page 64).

Bonne lecture… et à bientôt parmi nous !

Sébastien Planchenault
Président de l'APMEP.
president.e@apmep.fr

© APMEP *Octobre 2021*

Avec le puzzle de Marine

Trouver des situations qui permettent aux élèves de faire des tracés tout en se creusant le neurone géométrique n'est pas toujours chose aisée. Pour Au fil des maths, *François Drouin vous en propose ici un exemple, à partir d'un puzzle, décliné en exercices variés et qui font réfléchir.*

François Drouin

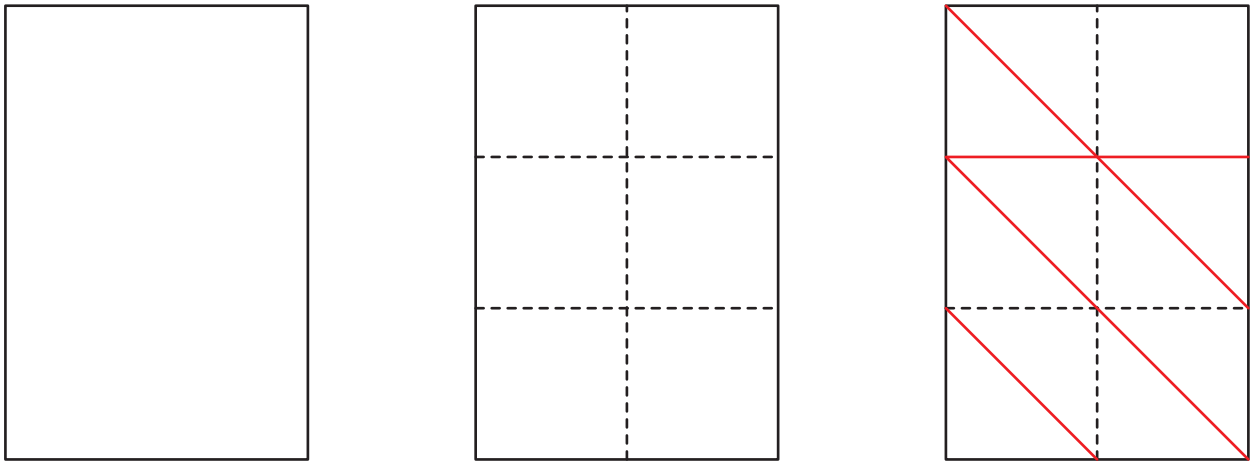
Le puzzle apporté en classe par une de mes élèves, Marine, a fait l'objet d'un chapitre entier dans la brochure *Jeux École 1*. Pour faciliter le travail des collègues pendant le confinement en 2020, celui-ci a été mis en ligne en téléchargement gratuit [1] sur le site de l'APMEP parmi d'autres ressources offertes. La lecture de ce document et les indications de page mis dans cet article permettent de retrouver facilement les activités évoquées.

Cet article veut montrer qu'elles sont toujours d'actualité, en lien avec cet extrait des programmes actuels en vigueur au cycle 3 [2].

> *Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments.*

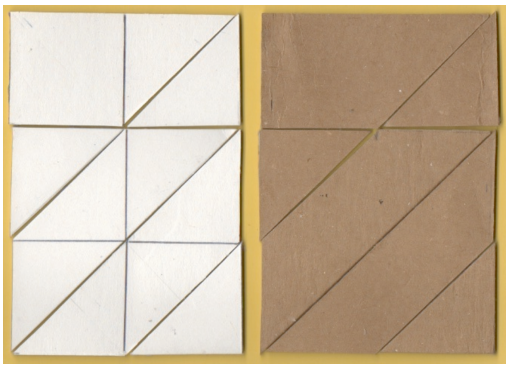
Activités préalables

Construction du puzzle



1. Ce fichier est resté accessible sur le site de l'APMEP ; il suffit de suivre ce lien : . Dans cet article toutes les indications de page font référence à ce fichier.

Ces trois étapes peuvent être proposées aux élèves sans commentaires. Ceux-ci sauront se persuader que le premier dessin est un rectangle (« *avec l'équerre, je vérifie qu'il a quatre angles droits* ») et que ce rectangle est partagé en six carrés de même dimension (les longueurs égales seront vérifiées à l'aide du compas). Le découpage selon les traits rouges permet d'obtenir les six pièces du puzzle.

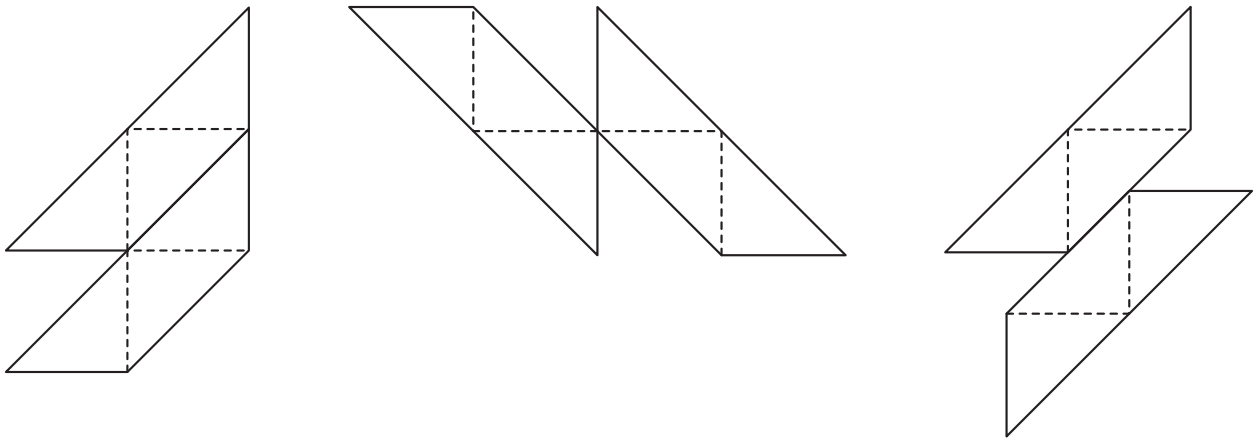


Dessinés sur du carton de récupération issu d'emballages divers, le coût est minime.
Il faut cependant demander de quadriller les deux faces du rectangle car les **pièces sont retournables**.
Lors des expérimentations, les carreaux visibles sur les pièces avaient 4 cm de côté.

Le puzzle apporté par l'élève n'était pas quadrillé, il l'est rapidement devenu pour faciliter la trace écrite des élèves et leurs échanges de réalisations. En devenant un outil pour faciliter la résolution de problèmes de tracés géométriques, ce quadrillage a été conservé.

Règles de juxtaposition

OUI *OUI* *NON*

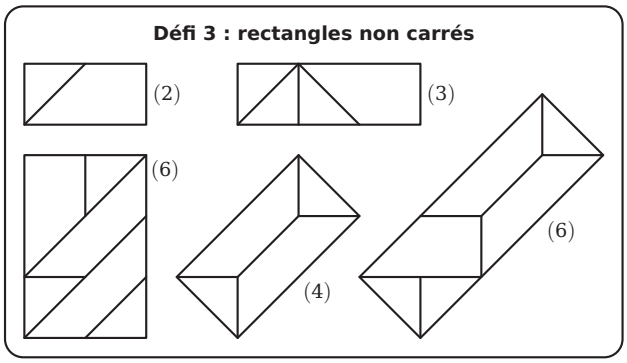


Les segments du quadrillage se prolongent donc d'une pièce à l'autre lors de leur tracé dans le rectangle puis lors de leur utilisation.
Des segments peuvent se prolonger autant qu'on peut, de chaque côté, donnant en situation et sans le dire une idée de ce qu'est une droite. Ces contraintes doivent être assimilées par les élèves avant de commencer les manipulations des pièces.

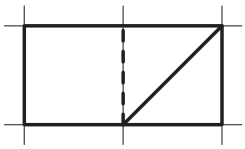
Premières manipulations

Celles-ci peuvent ne pas être faites en classe entière, les élèves ayant été habitués dès la fin du cycle 2 à reproduire des dessins sur quadrillage pourront reproduire ce qu'ils ont trouvé en vue d'utilisations futures ou d'échanges entre élèves.

Les activités 3 (page 5) et 4 (page 6) du document téléchargeable proposent la recherche de triangles, de carrés, de rectangles et de parallélogrammes réalisés en utilisant certaines pièces du puzzle.
Il reste à imaginer le quadrillage dans ces différentes solutions.

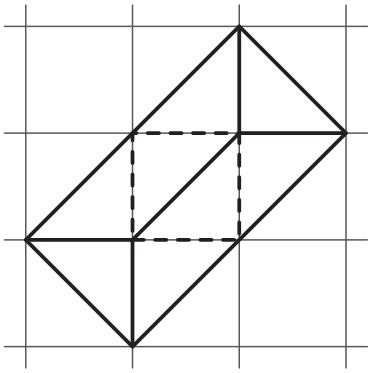


Exploitation des dessins des élèves



Les angles droits des carreaux du quadrillage permettent d'être certain que le quadrilatère obtenu a quatre angles droits : c'est donc un rectangle.

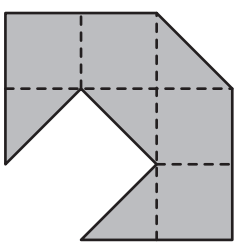
Pour ce dessin, on utilisera le fait que les diagonales des carreaux du quadrillage déterminent deux demi-angles droits. Deux demi-angles droits accolés forment un angle droit.
Le quadrilatère obtenu a quatre angles droits : c'est donc un rectangle.

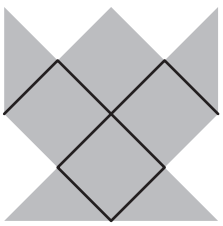


Le quadrillage et ses propriétés sont des outils géométriques mis à disposition de l'élève. Nous quittons la géométrie perceptive pour la géométrie instrumentée.

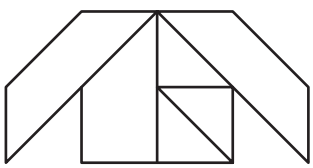
D'autres manipulations

Les élèves habitués avec ces premières manipulations pourront, pendant des temps d'autonomie par exemple, explorer les recouvrements proposés dans les activités 9 (page 11), 25 (page 27) et 26 (page 28).





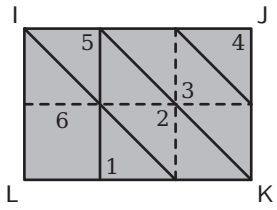
Une tête couronnée



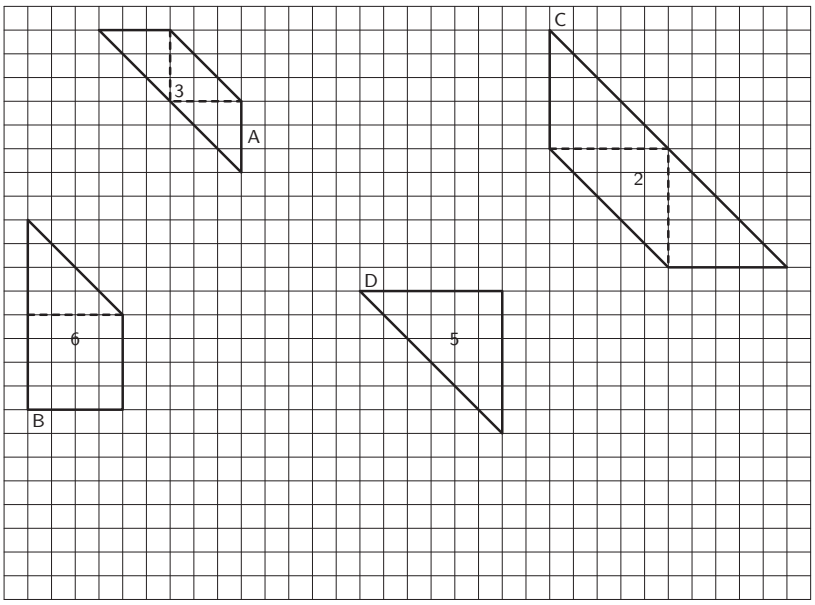
Un tee-shirt

L'exploitation des solutions proposées dans l'activité 26 peut se faire dès le cycle 2. Ces manipulations permettent aux élèves de se familiariser avec les images mentales des pièces. Celles-ci seront utiles lors des problèmes de constructions géométriques abordés par la suite.

Tracés proposés dans le document : activités 18 (page 20) et 19 (page 21)

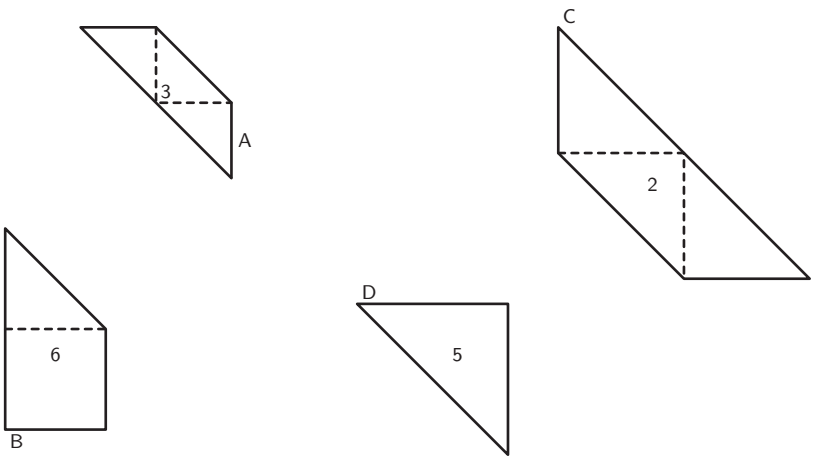


Les pièces du puzzle de Marine, numérotées de 1 à 6, sont rangées dans leur boîte comme indiqué ci-contre. Elles ont été agrandies et rangées toujours de la même façon dans les boîtes A, B, C, D et E. La pièce 3 a déjà été placée dans la boîte A.
Commence par tracer le contour de la boîte A, puis le contour des pièces. Fais de même pour les boîtes B, C, D et E en observant bien les numéros des pièces déjà placées.



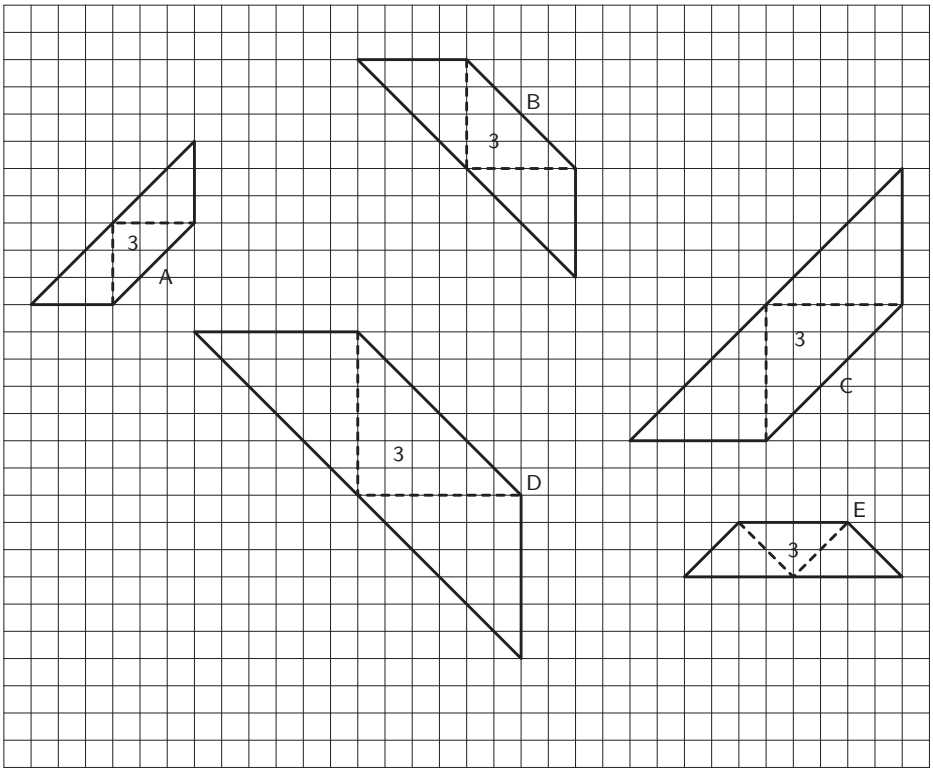
Dans le document ci-dessus, un côté de carreau du quadrillage des pièces correspond à trois, quatre, cinq ou six côtés de carreau du quadrillage proposé aux élèves. Le rectangle contour de la boite sera alors dessiné à l'aide du dessin de la pièce déjà placée.

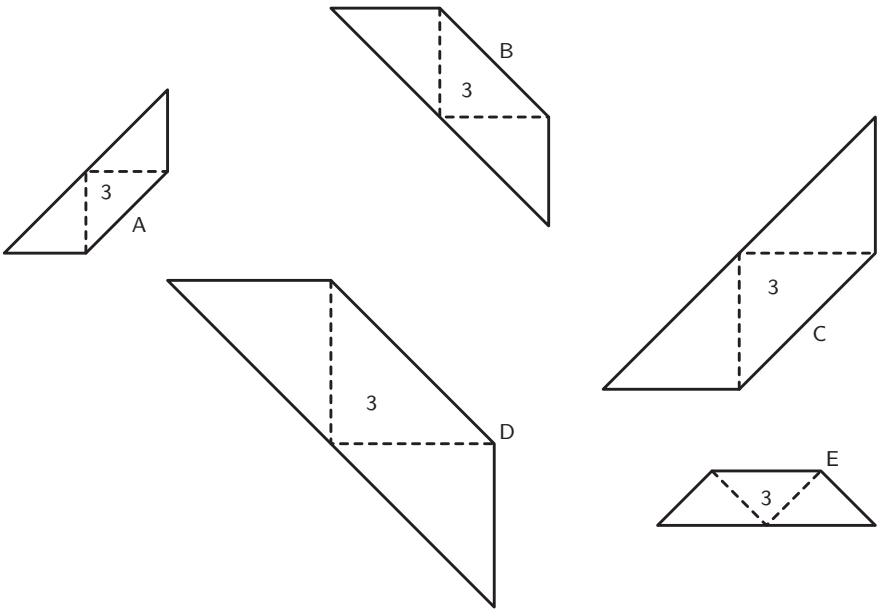
Dans le dessin ci-dessous, le compas sera utilisé pour les reports de longueurs. Les rectangles à tracer auront pour dimensions 2 et 3 côtés de carreau du quadrillage présent sur les pièces déjà dessinées ; le gabarit d'angle droit et la règle non graduée seront alors aussi utilisés.



Tracés proposés dans le document : activités 15 (page 17) et 16 (page 18)

Pour ces deux activités, le rangement des pièces à reproduire est le même que celui des activités 18 et 19. Cependant les pièces sont disposées différemment.

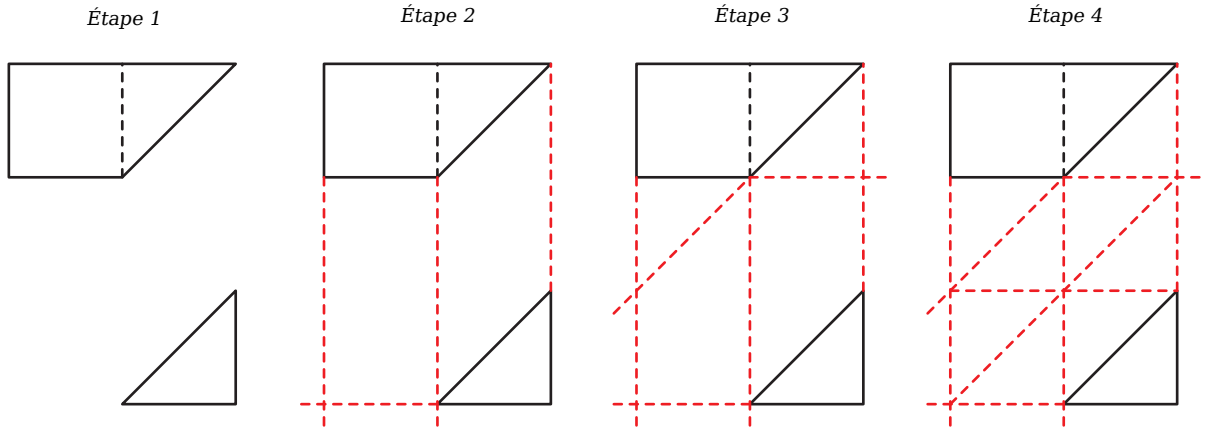




L'élève devra anticiper le dessin du rectangle à dessiner ; si besoin, il pourra tourner sa feuille de travail pour la reproduction de la pièce E et les diagonales des carreaux seront sollicitées.

Utiliser la règle non graduée parmi d'autres instruments de géométrie pour des tracés permet à l'élève de se poser des questions à propos de reconstructions de figures. Cette piste de travail est actuellement poursuivie en Lorraine. Les deux activités qui suivent (voir annexes) sont extraites d'un document téléchargeable [3].

À propos du premier dessin proposé en annexe 1

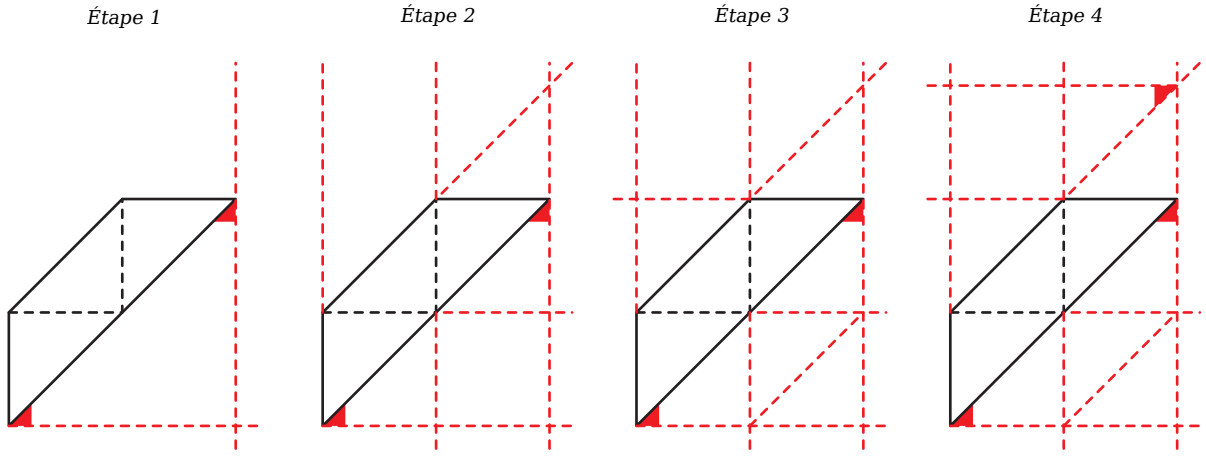


Des alignements doivent être recherchés, les points nécessaires pour continuer les tracés doivent être anticipés comme intersection de deux lignes, et pour réussir, il faudra prolonger certains segments.

Le quadrillage faisant partie des pièces du puzzle, celui-ci doit être reproduit. Demander le nombre de lignes droites tracées permet d'introduire un temps d'échange entre élèves pour réfléchir au nombre minimum de tracés nécessaires.

Les tracés des étapes 2 et 3 peuvent être faits dans un ordre différent. Ceux faits lors de l'étape 4 utilisent des points obtenus aux étapes précédentes.
Il est conseillé de demander aux élèves de colorier chaque pièce du puzzle. Cela leur permettra de s'assurer de les reconnaître parmi tous les tracés.

À propos du deuxième dessin proposé en annexe 2



Les recherches d'alignements, de nouveaux points à tracer ainsi que de segments à prolonger sont encore présentes.

Pour ce deuxième dessin, le quadrillage des pièces doit également être reproduit. Un défi à lancer aux élèves sera de trouver le nombre minimum d'utilisations des deux instruments proposés. Pour cette construction, le gabarit de demi-angle droit est utilisé trois fois. Des tracés ne l'utilisant qu'une fois ou deux fois sont possibles.

Terminons par quelques conseils pratiques :

- le gabarit de demi-angle droit sera obtenu avec les angles aigus de certaines équerres ;
- les règles non graduées pourront être découpées dans des lattes de bois achetées pour une somme modique dans un magasin de bricolage.

Ressources en ligne

[1] *La page d'accès au* Puzzle de Marine école. Sur le site national de l'APMEP : .

[2] Eduscol. *Programme du cycle 3*. . 2020.

[3] *Un document du groupe* Jeux *de la régionale de Lorraine.* Sur son site : .

[4] *Le début d'un abécédaire ?* Sur le site national de l'APMEP : .

[5] *Des reports de longueur pour comparer des périmètres.* Sur le site national de l'APMEP : .

[6] *Des formes imaginées par des élèves de Sixième à destination en particulier d'élèves de Cours Moyen avec lesquels ils échangeaient.* Sur le site de la régionale de Lorraine : .

[7] *Des formes imaginées par de futurs Professeurs des Écoles pendant leur temps de formation.* Sur le site de la régionale de Lorraine : .

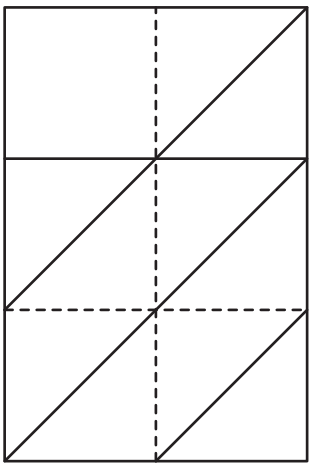
Adhérent depuis ses premières années d'enseignement dans un collège de Meuse, François Drouin a terminé sa carrière professionnelle à l'IUFM de Lorraine pour former de futurs enseignants des premier et second degrés. Il est un participant convaincu du groupe « Jeux et mathématiques » de l'APMEP et anime le réseau « Jeux » de la régionale de Lorraine.

francois.drouin2@wanadoo.fr

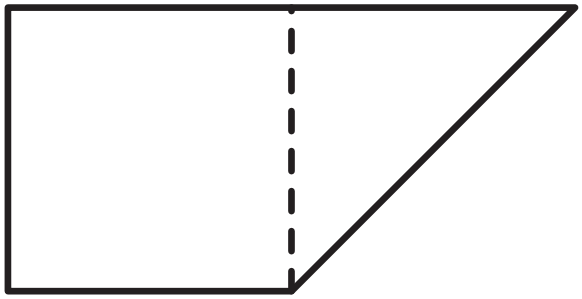
© APMEP *Octobre 2021*

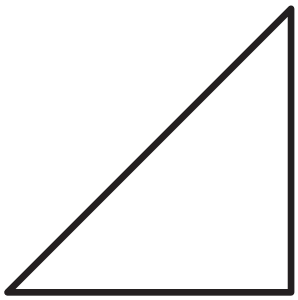
Annexe 1 : le rectangle

Le dessin ci-contre représente le rectangle construit avec les pièces du puzzle de Marine.



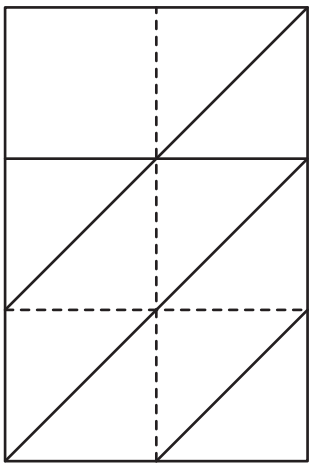
En utilisant uniquement la règle non graduée, dessine les trois pièces non encore dessinées pour obtenir le rectangle.
Combien as-tu tracé de lignes droites ?



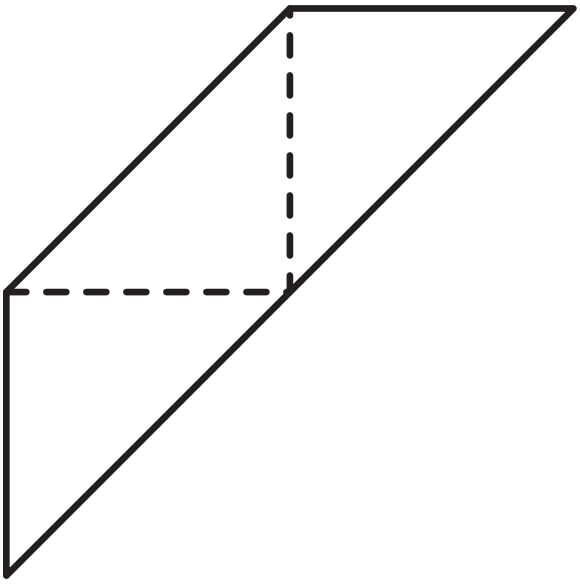


Annexe 2 : le rectangle

Le dessin ci-contre représente le rectangle construit avec les pièces du puzzle de Marine.



En utilisant uniquement la règle non graduée et un gabarit de demi angle droit, dessine les cinq pièces non encore dessinées pour obtenir le rectangle.
Combien as-tu tracé de lignes droites et de demi-angles droits ?



Agir avec L'APMEP !

En adhérant ou en parrainant un stagiaire

APMEP

Sommaire

Spécial « Premier degré »

Éditorial, présentation, mode d'emploi et sommaires 1

Éditorial 1

Présentation 2

Avec les élèves

Décomposition des nombres en maternelle
Laurence Le Corf

Mouvement mathématique en Bretagne
Claudie Asselain-Missenard

La *course aux nombres*
Anne-France Acciari

Le Rallye Mathématique Transalpin
Christine Le Moal

Des caches multitâches
François Drouin

M@ths en-vie
Carole Cortay et Christophe Gilger

Math & Manips en géométrie au cycle 1
M.-F. Guissard, V. Henry, P. Lambrecht, P. Van Geet & S. Vansimpsen

Le nuancier de couleurs en cycle 3
Agnès Gateau

Le « coin marchande »
Élisabeth Boisson et Catherine Würtz

Ouvertures 85

MathCityMap
Groupe *Numatécol*, IREM de Lyon

Géométrie de bout de ficelle dans la cour de récré
Bernard Parzysz

Mathématiques contées
Marie Lhuissier

Avec le puzzle de Marine
François Drouin 108

Le jeu du manchon
Thérèse Escoffet & Christine Oudin

Ressources pour un professeur des écoles
Agnès Gateau

Récréations

Trois jeux de la brochure *Jeux Écollège 4*
Françoise Bertrand

Match Point une brochure *JEUX* pas comme les autres !
Jean Fromentin

Opinions

Vergnaud *versus* Singapour
Richard Cabassut

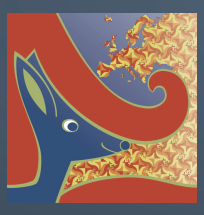
Manipuler en mathématiques... oui mais
Joël Briand

Au fil du temps

Matériaux pour une documentation

CERCLE DE RECHERCHE ET D'ACTION PÉDAGOGIQUES

MATh.en.JEANS

APMEP
www.apmep.fr

CultureMATH