

# Au sujet de l'unicité

Reconnaître l'unicité d'une solution est un problème plus difficile. Voici une piste sans doute loin d'être optimale et relevant plutôt d'une démarche de « *force brute* ».

L'idée repose sur une généralisation de la démarche suivante décrite sur un exemple.

1	2	3						
4	5	6						
7	8	9						
			1	2	3			
			4	5	6			
			7	8	9			
						1	2	3
						4	5	6
						7	8	9

fig. 1

1	2	3	5	4	7	6	9	8
4	5	6	2	9	8	3	1	7
7	8	9	3	6	1	2	4	5
5	6	8	1	2	3	9	7	4
9	1	7	4	5	6	8	3	2
2	3	4	7	8	9	5	6	1
6	9	5	8	7	4	1	2	3
8	7	1	9	3	2	4	5	6
3	4	2	6	1	5	7	8	9

fig. 2

1	2	3	6					
4	5	6						
7	8	9						
			1	2	3			
			4	5	6			
			7	8	9			
						1	2	3
						4	5	6
						7	8	9

fig. 3

1	2	3	6	4	5	8	9	7
4	5	6	8	9	7	2	3	1
7	8	9	2	3	1	5	6	4
5	6	4	1	2	3	9	7	8
8	9	7	4	5	6	3	1	2
2	3	1	7	8	9	6	4	5
6	4	5	9	7	8	1	2	3
9	7	8	3	1	2	4	5	6
3	1	2	5	6	4	7	8	9

fig. 4

L'algorithme *Sudoku* donne la grille (fig.2) comme solution au problème (fig.1). Pour étudier l'unicité, on essaie de trouver une autre solution au problème initial. Voici comment :

On examine la première case qui a été remplie c'est la case *LOC3* qui contient la valeur 5 (fig.2) Il est sûr qu'aucune valeur inférieure à 5 ne peut convenir puisqu'elle aurait été trouvée précédemment par l'algorithme *Sudoku* . On construit alors une nouvelle grille initiale (fig.3) en ajoutant la valeur 6 en *LOC3*. Puis on lance à nouveau l'algorithme *Sudoku*... S'il trouve une solution, c'est que la première trouvée n'était pas unique. C'est le cas dans la situation étudiée (fig.4)... Ouf !

Si on ne trouve pas de solution après cette première tentative on ne peut bien sûr pas conclure ! On essaie alors les valeurs 7 puis 8 puis 9 dans *LOC3*. Si aucune de ces valeurs ne convient on peut conclure... uniquement que 5 est la valeur *certaine* pour la case *LOC3* !

Il faudra alors reprendre l'étude en plaçant 5 dans la grille initiale et en essayant d'autres valeurs pour *LOC4*.

Petite consolation le processus s'accélère au fur et à mesure des essais (dans le cas où l'on essaie de conclure à l'unicité) mais bien sûr il est utopique de vouloir trouver systématiquement toutes les solutions d'une grille. En effet, en partant d'une grille vide on trouverait toutes les grilles de *Sudoku* possibles et souvenons-nous : il y en a à peu près :

$$6,67 \times 10^{21}$$