Durée : 4 heures

Baccalauréat C Abidjan septembre 1969

EXERCICE 1

Calculer les intégrales indéfinies dx f·

$$I = \int \frac{3x}{\left(x^2+1\right)^3}\,\mathrm{d}x \quad \text{et} \quad K = \int \cos x \sin 3x\,\mathrm{d}x.$$

EXERCICE 2

Étudier les variations de la fonction

$$X \longmapsto Y = X + \sqrt{\left|X^2-1\right|}$$

et tracer dans un repère orthonormé, sa représentation graphique. On précisera, si nécessaire, les asymptotes de cette courbe et l'on tracera ses tangentes aux points A, B et C d'abscisses respectives $-1, 0$ et $+1$.

PROBLÈME

On considère l'application qui à tout nombre complexe z associe le nombre

$$Z = \frac{z^2+5z+6}{z+1}.$$

Déterminer les constantes a et b telles que b

$$Z = z + a + \frac{b}{z+1}.$$

1. On suppose que z décrit le corps des réels (sauf -1).

a. Étudier les variations de la fonction qui à z fait correspondre Z.
Représenter le graphe (H) de cette fonction dans un repère orthonormé Oz, OZ de vecteurs unitaires $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$.
Montrer que ce graphe possède un centre de symétrie (on le désignera par C).

b. Soit les points A$(0\,;\,+4)$ et B$(-1\,;\,+4)$. On pose

$$\vec{I} = \overrightarrow{\text{CA}}, \quad \vec{J} = \overrightarrow{\text{CB}}.$$

Déterminer l'équation de la courbe (H) dans le repère $\left(\text{C}, \vec{I}, \vec{J}\right)$.

c. Déterminer une valeur approcheée de Z pour

$$z = 1{,}002$$

2. On suppose que z décrit le corps des complexes (sauf -1) et l'on pose

$$z = x + \mathrm{i}y, \quad Z = X + \mathrm{i}Y.$$

a. Déterminer X et Y en fonction de x et y.

b. Quel est l'ensemble des points $P(x\,;\,y)$ image de z lorsque Z est réel ?

3. Au point $P(x\,;\,y)$ image de z, on associe le point $Q(X\,;\,Y)$ image de Z tel que

$$\left\{\begin{array}{lcl} X &=& -2y+4,\\ Y &=& 2x-3.\end{array}\right.$$

Quelle est la transformation ponctuelle ainsi définie ?