# Concours Accès 8 avril 2021

## MATHÉMATIQUES

durée de l'épreuve : 3 h

**Exercices 1 à 5 : Raisonnement logique**

**1.** Pierre utilise son vélo pour effectuer le matin, le trajet de son domicile à son bureau et le soir le trajet identique mais en sens inverse. Ce trajet est composé de montées, de descentes et de plats.

Pierre roule à 10 km/h en montée, à 30 km/h en descente et à 15 km/h en plat.

Il a 2 heures de trajet aller-retour par jour.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- **A.** Si le trajet comporte le même nombre de kilomètres de montées et de descentes, Pierre met le même temps à l'aller qu'au retour.
- **B.** Pierre travaille à plus de 16 km de son domicile.
- **C.** Si le trajet aller comporte 4 km de montées et 8 km de descentes, Pierre met 16 minutes de plus sur le trajet retour.
- **D.** Si le trajet aller comporte 5 km de montées et 7 km de descentes, Pierre roule 10 minutes le matin sur le plat.

**2.** Lors de l'entretien du concours d'une école de management :

- Si Pierre dit : « Je fais du sport, je postule pour une classe préparatoire, je n'ai pas d'activité associative »,il ment une fois et une seule.
- Si Pierre dit : «Je ne fais pas de sport, je n'ai pas d'activité associative », il ment une fois et une seule.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- **A.** Si Pierre dit qu'il ne fait pas de sport et qu'il postule pour une classe préparatoire, il ment 2 fois.
- **B.** En réalité, Pierre ne fait pas de sport.
- **C.** En réalité, Pierre fait du sport et n'a pas d'activité associative.
- **D.** En réalité, Pierre postule pour une classe préparatoire.

**3.** Trois salariés : Perrine, Pierre et Paul perçoivent, chaque mois, une prime de transport.

La prime de Paul vaut 3 € de moins que 7 fois celle de Perrine.

La prime de Pierre vaut 14 € de moins que trois fois celle de Paul et 13 € de plus que 12 fois celle de Perrine.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- **A.** La moyenne de la prime mensuelle de transport de ces 3 salariés est égale à 30 €.
- **B.** La médiane de la prime mensuelle de transport de ces 3 salariés est égale à 25 €.
- **C.** La prime mensuelle de transport de Perrine est supérieure à 5 €.
- **D.** La prime mensuelle de transport de Pierre est supérieure à 60 €.

**4.** Une grande entreprise propose à ses 1 000 salariés trois formations :

- La formation A : Tableur
- La formation B : Comptabilité
- La formation C : Team Building

Nous disposons des informations suivantes :

- 400 salariés ont suivi la formation A, 200 la formation B et 200 la formation C.
- 20 salariés ont suivi les trois formations.
- 100 salariés ont suivi uniquement la formation C.
- Le nombre de salariés qui ont suivi seulement les formation A et C est égal au nombre de salariés qui ont suivi seulement les formations B et C. On note x ce nombre.
- Le nombre de salariés qui ont suivi seulement les formations A et B est égal à 50.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

**A.** x=25.
**B.** Le nombre de salariés qui ont suivi uniquement la formation B est égal à 100.
**C.** Le nombre de salariés qui ont suivi au moins deux formations est égal à 130.
**D.** Le nombre de salariés qui n'ont pas suivi de formation est égal à 370.

**5.** Le code d'une carte bancaire est toujours composé de quatre chiffres de 0 à 9.
À partir de ces informations, on peut conclure que :

**A.** Si le code est un nombre divisible par 5, alors le nombre de combinaisons possibles est égal à 2 000.
**B.** Le nombre de combinaisons paires possibles est égal à celui de combinaisons impaires possibles.
**C.** Si un voleur a constaté que les deux premiers chiffres du code sont identiques, alors le nombre de combinaisons possibles est égal à 100.
**D.** Si un voleur se rappelle d'un chiffre de votre code et de son emplacement, alors le nombre de combinaisons possibles est égal à 1 000.

**Exercices 6 à 10 : Raisonnement logique**

**6.** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}\ \{1\}$ par :

$$f(x) = x^2 - 4x + 3x - 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormal du plan.

**A.** $f$ est définie pour tout $x$ différent de 1.
**B.** L'équation $f(x) = -4$ admet 2 racinesdistinctes.
**C.** $f$ est croissante sur $]1\ ;\ +\infty[$.
**D.** Pour tout $x$ différent de 1, $f(x) = x - 3$.

**7.** On considère une fonction $f$ définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ dont on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative dans un repère orthonormal du plan et dont le tableau de variations est le suivant :

| $x$ | 0 | | $\frac{1}{e}$ | | e | | 5 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f$ | ‖ 7 | ↘ | $\ln \frac{1}{2}$ | ↗ | 3 | ↘ | $e - 2$ | ↗ | 2 |

On peut alors affirmer que :

**A.** L'équation $f(x) = 0$ admet exactement 2 solutions réelles distinctes.
**B.** $f(0) = 7$.
**C.** La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 3 peut avoir pour équation $y = 2x + 4$.
**D.** Pour tout $x$ appartenant à $]0\,;\,\mathrm{e}[$, $f(x) > 0$.

**8.** On considère la fonction $f$ définie par $f(x) = \ln\left(\dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x + 1}\right)$.
On désigne par $\mathscr{D}_f$ l'ensemble de définition de $f$.

**A.** On a $\mathscr{D}_f = ]0\,;\,+\infty[$.
**B.** $f$ est dérivable sur $\mathscr{D}_f$ et, pour tout $x \in \mathscr{D}_f$, $f'(x) = \dfrac{2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x} - 1}$.
**C.** Pour tout $x \in \mathscr{D}_f$, $f(x) < 0$.
**D.** L'équation $f(x) = 1$ possède une unique solution : $\alpha = \ln\left(\dfrac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}\right)$.

**9.** Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = \ln\left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)$.
On désigne par $\mathscr{D}_f$ l'ensemble de définition de $f$ et par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormal du plan.

**A.** On a $\mathscr{D}_f = ]0\,;\,+\infty[$.
**B.** $f$ est dérivable sur $\mathscr{D}_f$ et, pour tout $x \in \mathscr{D}_f$, $f'(x) = \frac{1}{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}$.
**C.** Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $a$ est $\dfrac{\mathrm{e}^{2a} - 1}{\mathrm{e}^{2a} + 1}$.
**D.** $\mathscr{C}_f$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

**10.** Soit $X$ une variable aléatoire discrète.L'ensemble de ses valeurs possibles est l'ensemble des entiers naturels non nuls, c'est-à-dire $\mathbb{N}\backslash\{O\} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$.
$X$ est définie de la manière suivante :

- $p$ est un réel fixé dans l'intervalle $]0\,;\,1[$
- pour tout entier non nul $k$, on pose : $P(X = k) = (1 - p)^{k-1} \times p$.

**A.** $P(X \geqslant 2) = 1 - p$.
**B.** $P(X \leqslant 2) = p(2 - p)$.
**C.** Soit $n$ un entier naturel non nul.On peut en déduire que
$P(X = 1) + P(X = 2) + \ldots + P(X = n + 1) = 1 - (1 - p)^n$.
**D.** Soit la fonction suivante $f(p) = \dfrac{1}{2}P(X = 2) + 1$.
On peut confirmer que la fonction $f$ admet deux racines réelles distinctes.

**Exercices 11 à 15 : Problème mathématique**

**Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.**

Une usine de fabrication de clous a vendu, pendant les 6 premiers mois de l'année dernière, les quantités suivantes :

| Mois | $x$ - Numéro du mois | $y$ - Quantité vendue en tonnes |
|---|---|---|
| Janvier | 1 | 103 |
| Février | 2 | 106 |
| Mars | 3 | 109 |
| Avril | 4 | 112 |
| Mai | 5 | 115 |
| Juin | 6 | 118 |

Les quantités vendues pendant les 6 mois suivants ont continué à progresser en suivant la même évolution.
Le prix de vente de ces clous était de 1 € le kilo.

**11.** À partir de ces informations, on peut conclure que :

**A.** L'an dernier, la quantité vendue (en tonnes) pendant un mois spécifique peut être calculée par la fonction $y = f(x) = 3x + 100$, $x$ étant le numéro du mois.
**B.** En décembre dernier, l'entreprise a vendu 136 tonnes de clous.
**C.** Entre début juillet dernier et fin décembre dernier, les ventes mensuelles ont progressé de 20 %.
**D.** Sur les 6 derniers mois de l'année dernière, la moyenne des ventes mensuelles est supérieure à 125 tonnes.

**12.** La fonction $y = f(x)$ nous a permis de calculer la quantité vendue chaque mois. Pour calculer les quantités totales vendues depuis le début de d'année jusqu'à un pic spécifique, qu'on noter $m$, nous utiliserons les fonctions $F$ et $Y$. Elles se définissent comme suit : 3x2

$$F(x) = 2 + 100x \text{ et } Y(m) = F(m + 0,5) - F(0,5)$$

À partir de ces informations, on peut conclure que :

**A.** $Y(l) = 100$.
**B.** $Y(2) - Y(1) = 106$.
**C.** La quantité totale, en tonnes, vendue l'an dernier est égale à $Y(12) = 1\,434$.
**D.** Pour l'an dernier, le montant total des ventes est supérieur à 1 400 000 €.

**13.** En janvier de cette année (13^e mois de l'étude), l'entreprise a décider d'augmenter son prix de vente en le passant de 1 € à 1,10 € le kilo. Cette augmentation a eu un impact immédiat sur la quantité vendue.
111,2 tonnes ont été vendues sur le mois alors que l'on pouvait, selon notre étude, s'attendre à $y = f(13)$ tonnes vendues.
Cet impact s'exprime à travers le concept d'« élasticité - prix de la demande » (ou « élasticité - prix »).
L'élasticité-prix correspond au rapport entre la variation relative de la demande et la variation relative du prix. La variation relative de la demande est égale à la différence entre la quantité vendue et celle attendue par la quantité attendue.
La variation relative du prix se calcule suivant le même principe.
À partir de ces informations, on peut conclure que :

**A.** La variation relative de la demande est de $-20$ %.
**B.** L'élasticité-prix est ici égale à $-2$.
**C.** Si l'entreprise n'avait pas augmenté son prix, son chiffre d'affaires du mois de janvier aurait été supérieur de 27 800 €.
**D.** Si l'élasticité-prix, pour un produit, est positive, lorsque l'on augmente le prix de vente, les quantités vendues augmentent.

**14.** L'entreprise a analysé les ventes de l'an dernier, en France et à l'étranger, en fonction de ses commerciaux. lis sont au nombre de trois et s'appellent Pierre, Paul et Perrine.

- Pierre a réalisé 40 % des quantités vendues par l'entreprise. Ses clients français repré- sentaient 60 % des quantités qu'ils a vendues.
- 30 % des quantités vendues par Pauli 'ont été en France.

- 80 % des quantités vendues par Perrine l'ont été à l'étranger et cela représentait 20 quantités totales vendues par l'entreprise.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

**A.** Paul a vendu 35 % des quantités totales vendues par l'entreprise.
**B.** Sur le marché français, Pierre a vendu plus de clous que Perrine sur le marché étranger.
**C.** L'entreprise a vendu moins de clous à l'étranger qu'en France.
**D.** Perrine a vendu moins d'un tiers des clous vendus à l'étranger.

**15.** Les trois commerciaux (Pierre, Paul et Perrine) ont un salaire annuel composé d'une partie fixe et d'une partie variable.
Chacun de ces commerciaux reçoit un montant fixe qu'elles que soient les ventes annuelles de l'entreprise ils reçoivent également un montant variable basé sur leurs ventes annuelles en tonnes. Celui-ci sera parfois différencié en fonction des ventes en tonnes, en France et à l'étranger.
Les trois salaires annuels seront calculés de la manière suivante :
$\text{Salaire}_{\text{Pierre}} = \text{Fixe}_{\text{Pierre}} + (\text{VentesTotales}_{\text{Pierre}} \times \alpha)$
$\text{Salaire}_{\text{Paul}} = \text{Fixe}_{\text{Paul}} + (\text{VentesFrance}_{\text{Paul}} \times \alpha) + (\text{VentesEtranger}_{\text{Paul}} \times \beta))$
$\text{Salaire}_{\text{Perrine}} = \text{Fixe}_{\text{Perrine}} + (\text{VentesFrance}_{\text{Perrine}} \times 0,1 \times \alpha^2) + (\text{VentesEtranger}_{\text{Perrine}} \times \beta)$.

Nous avons les informations complémentaires suivantes, pour les salaires de l'an dernier :

- $\text{Fixe}_{\text{Pierre}}$ est 20 % plus élevé que $\text{Fixe}_{\text{Paul}}$ ;
- $\alpha = 40$ (€) ;
- $\text{Salaire}_{\text{Pierre}} = \text{Salaire}_{\text{Paul}}$ ;
- $\text{Fixe}_{\text{Paul}} = 10\,000$ €.

Après ré-analyse des ventes de l'année précédente, on a obtenu les chiffres suivants (en tonnes) :

| Commercial | Quantités vendues en France | Quantités vendues à l'étranger |
|---|---|---|
| Pierre | 350 | 250 |
| Paul | 150 | 400 |
| Perrine | 50 | 300 |

À partir de ces informations, on peut conclure que :

**A.** Pierre a gagné 35 000 € l'année dernière.
**B.** $\beta = 60$ (€).
**C.** Le salaire annuel fixe de Perrine ($\text{Fixe}_{\text{Perrine}}$) aurait dû être de 15 000 € pour qu'elle eut gagné la même chose que Paul l'an dernier.
**D.** Sachant que le salaire fixe de Perrine ($\text{Fixe}_{\text{Perrine}}$) n'a été que de 3 000 € l'an dernier, elle aurait dû négocier une commission à la tonne vendue en France différente des deux autres commerciaux, un $\alpha_{\text{Perrine}}$ différent, égal à 66 € pour gagner la même chose que Pierre.