

∞ Baccalauréat Aix–Marseille janvier 1957 ∞
Série mathématiques

I. 1^{er} sujet

Calcul de $\sin(a+b)$, ou, si l'on préfère, de $\cos(a+b)$, connaissant les lignes trigonométriques des arcs a et b .

I. 2^e sujet

Limite de $\frac{\sin x}{x}$ lorsque l'arc x , supposé évalué en radians, tend vers zéro.

I. 3^e sujet

Établir les formules donnant sous forme d'un produit de facteurs les expressions de $\sin p + \sin q$ et de $\cos p + \cos q$.

II.

1. O et O' étant deux points fixes d'un plan, tels que $OO' = 2a$, quel est le lieu géométrique des points M du plan, tels que la somme des aires des deux cercles de centres O et O' et de rayons respectifs OM et O'M soit constante et égale à k^2 .

À quelle condition le lieu existe-t-il?

2. O et O' étant deux points de l'espace distants de $2a$, on considère deux sphères variables, S et S', de centres O et O' et de rayons respectifs R et R'.

On suppose que les rayons R et R' varient de façon que la somme des aires des deux sphères S et S' conserve une valeur constante donnée k^2 .

Quel est, lorsqu'il existe, le lieu géométrique du cercle commun aux deux sphères?

Pour quelles valeurs de k^2 le lieu existe-t-il?

3. Montrer que, lorsque $k^2 = 16\pi a^2$, le lieu géométrique du 2. est la sphère Σ de diamètre OO' et que les plans tangents à deux sphères S et S' en l'un quelconque de leurs points communs sont perpendiculaires.

4. k^2 ayant la valeur donnée au 3. et M étant un point quelconque de la sphère Σ , montrer que le plan tangent en M à Σ coupe les deux sphères S et S' qui passent par M suivant deux cercles égaux C et C'.

Pour quelles positions du point M sur Σ le rayon des deux cercles C et C' est-il maximum?

Montrer que toutes les sphères ayant pour diamètre les segments déterminés par les centres de deux quelconques des cercles C et C' précédemment définis sont tangentes à une droite fixe.