Baccalauréat Aix-Marseille septembre 1941

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Définition et propriétés des logarithmes.

2e sujet
Définition de la dérivée d'une fonction.
Représentation graphique de la dérivée.
Application : Déterminer la dérivée de la fonction $y = \sqrt{x}$ et montrer, si possible, par un raisonnement géométrique direct, que la valeur trouvée représente bien la pente de la tangente à la courbe représentative.

3e sujet
L'aire comprise entre une courbe d'équation $y = f(x)$, l'axe Ox et deux ordonnées, dont l'une est fixe et a pour abscisse a et l'autre variable et a pour abscisse x, est une fonction de x.
Déterminer la dérivée de cette fonction. Préciser les conventions de signe qu'il est bon d'introduire pour que le résultat se présente sous une forme générale.
Quel peut être l'intérêt pratique de ce résultat ?

II
On considère une parabole, donnée par son foyer et sa directrice, et une droite variable D passant par le foyer.

1. Construire les deux points M et M′ d'intersection de la droite D et de la parabole.
2. Montrer que le cercle Γ décrit sur MM′ comme diamètre est tangent à la directrice, quelle que soit la position de la droite D.
3. La position de la droite D étant caractérisée par l'angle θ (déterminé à un multiple de π près) qu'elle fait avec l'axe de la parabole supposé orienté vers la concavité de la courbe, on prend sur cet axe un point I à l'abscisse x à partir du foyer (FI = x).
   Évaluer en fonction de x et de θ (et naturellement du paramètre p de la parabole) :
   a. le rayon du cercle Γ ;
   b. les distances FC et IC, C étant le centre de ce cercle ;
   c. la puissance du point I par rapport à ce cercle.
4. Montrer qu'on peut choisir x de telle sorte que cette puissance soit indépendante de l'angle θ et en donner alors la valeur.
   Déduire des résultats précédents que le cercle Γ reste constamment tangent à un cercle fixe, dont on précisera la position.
5. Montrer que le lieu géométrique du point C est une parabole, dont on déterminera le foyer et la directrice.

N. B. - La question de cours sera notée sur 10 et le problème sur 20.