

∞ Baccalauréat série mathématiques ∞

Aix-Marseille juin 1939

EXERCICE 1

1^{er} sujet

Dérivée de la fonction $y = \sqrt{U}$, où U est une fonction de x admettant une dérivée U' .

2^e sujet

Dérivée de la fonction $y = \sin x$, l'arc x étant exprimé en radians.

3^e sujet

Dérivée de l'aire limitée par une courbe $y = f(x)$, l'axe des x et deux parallèles à l'axe des y d'abscisses respectives a (fixe) et x (variable).

EXERCICE 1

On donne, dans un plan, un point fixe F , une droite fixe xy ne passant pas par F , et un point fixe A sur xy .

On considère toutes les ellipses admettant pour foyer le point F , passant par A , et dont le deuxième foyer est un point quelconque de xy distinct de A .

1. Montrer que l'ensemble de ces ellipses peut être décomposé en deux familles, telles que deux ellipses quelconques de la même famille soient tangentes en A et que deux ellipses quelconques de familles différentes se coupent orthogonalement en A .

2. Quel est le lieu géométrique des centres des ellipses considérées?

On distinguera les parties du lieu qui correspondent à l'une ou l'autre des deux familles définies au n° 1.

Montrer que les cercles principaux des ellipses de chaque famille sont tangents à une droite fixe en un point fixe.

On précisera, pour chaque famille, la position de la droite fixe et du point fixe correspondant.

3. Montrer que deux ellipses d'une même famille n'ont pas d'autre tangente commune que la tangente commune en A mise en évidence au n° 1.

Combien deux ellipses de familles différentes admettent-elles de tangentes communes?

Montrer qu'à chaque ellipse de l'une des deux familles on peut faire correspondre, une ellipse de l'autre famille telle que les tangentes communes aux deux ellipses soient parallèles.

4. On associe à chaque ellipse de l'une des deux familles celle de l'autre famille qui a même longueur du grand axe. Montrer que deux ellipses associées ont toujours un seul point commun P autre que A . Le lieu géométrique du point P , lorsque le couple d'ellipses associées varie, est un segment de droite que l'on déterminera.