Baccalauréat Série mathématiques et technique Aix-Marseille juin 1947

I. 1er sujet

Établir les relations qui relient les trois côtés d'un triangle et le cosinus d'un angle.
Réciproque.

I. 2e sujet

Démontrer, par récurrence, que la somme des carrés des n premiers nombres entiers est

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

I. 3e sujet

Section elliptique d'un cône de révolution.

II.

1. Soit H l'orthocentre de l'un des quatre triangles formés par quatre droites quelconques ; comparer les puissances de H par rapport aux trois cercles ayant pour diamètres les diagonales du quadrilatère complet formé par les quatre droites.

   Conclusions relatives aux quatre orthocentres et aux trois cercles.
2. Soient deux droites α et β, S leur point commun et un point fixe P, non situé sur elles ; deux sécantes issues de P coupent, la première en A et B, la seconde en A$'$ et B$'$, les deux droites α et β, A et A$'$ sur α).
   a. Il existe un quadrilatère complet dont deux côtés sont α et β et pour lequel les cercles de diamètres AB et A$'$B$'$ sont deux des trois cercles définis au 1.

   Quel est le troisième cercle ?

   b. La sécante PAB étant fixe, et PA$'$B$'$ variable, comment varie le troisième cercle, Γ ?

   c. L'axe radical du cercle variable Γ et du cercle fixe de diamètre AB passe par un point fixe T.

   d. Le point fixe T est le centre d'un cercle orthogonal à tous les cercles de diamètre A$'$B$'$.
3. Que deviennent dans une inversion de pôle P, les cercles de diamètre A$'$B$'$?

   Énoncer la propriété transformée de la propriété du cercle Γ.
4. Mêmes questions pour une inversion de pôle S.