Baccalauréat Aix-Marseille 1950

SÉRIE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Exercice 1

1$^{\text{er}}$ sujet. - Connaissant les formules de multiplication des arcs, exprimer $\sin x, \cos x$ et tg x en fonction de tg $\dfrac{x}{2}$.
Expliquer pourquoi les formules sont rationnelles.

2$^{\text{e}}$ sujet. - Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

3$^{\text{e}}$ sujet. - Établir la dérivée de $\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{3}\right)$. Vérifier en développant la fonction donnée par la formule d'addition.

Exercice 2

1. On donne un triangle ABC. Déterminer l'angle α d'une rotation de centre A et l'angle β d'une rotation de centre B de telle façon que C soit invariant dans le produit (ou succession) de ces deux rotations, effectuées dans l'ordre indiqué.
   Montrer que le produit des trois rotations suivantes :
   (A) de centre A et d'angle $2(\text{AC, AB})$,
   (B) de centre B et d'angle $2(\text{BA, BC})$,
   (C) de centre C et d'angle $2(\text{CB, CA})$,
   les angles étant des angles orientés de droites non orientées, est la transformation identique, c'est-à-dire que tout point M se transforme, après ces trois rotations, en lui-même.
2. **a.** Soient deux cercles égaux (ω) et (ω'), sécants en deux points R et S ; si un cercle variable de centre R les coupe en quatre points P, Q et P$'$, Q$'$ respectivement, on peut repartir ces points en deux couples P, Q et P$'$, Q$'$, tels que angle (RP, RP$'$) = angle (RQ, RQ$'$) = une constante indépendante du cercle de centre R.
   b. Lieu du milieu I de PP$'$ (ou QQ$'$).
   c. La droite PP$'$ (ou QQ$'$) passe par un point fixe.
3. Soient M un point quelconque, M$'$ son transformé par la rotation (A) définie dans 1. ; M$''$ le transformé de M$'$ par la rotation (B) ; on sait que la rotation (C) transforme M$''$ en M.
   a. Calculer l'angle orienté de droites non orientées (M$'$M, M$'$M$''$) en fonction de l'angle analogue (M$'$A, M$'$B).
   b. Lieu de M$'$ pour que M, M$'$ et M$''$ soient alignés.
   c. Caractériser ce lieu par rapport au cercle circonscrit au triangle ABC. Lieux correspondants de M et M$'$.
   d. En utilisant 2., démontrer que la droite MM$'$M$''$ passe par un point fixe quand M$'$ décrit son lieu.
   e. Caractériser ce point fixe par rapport au triangle ABC.