Durée : 4 heures

Baccalauréat Aix-Marseille septembre 1966
série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

I. - Déterminer le module et l'argument du nombre complexe

$$z = \frac{5+11\text{i}\sqrt{3}}{7-4\text{i}\sqrt{3}}.$$

II. - On désigne par $\log_a x$ le logarithme dans la base a du nombre x.
Résoudre l'équation

$$\log_a x = \frac{1}{2} + \log_a(4x+15).$$

III. - On donne une parabole (P) de foyer F, de directrice (D).
On désigne par L la projection orthogonale de F sur (D), M_1 et M_2 deux points de (P), H_1 et H_2 les projections respectives de M_1 et M_2 sur (D), I l'intersection des tangentes en M_1 et M_2 à (P).

1. Démontrer que le trapèze - convexe ou non - formé par les droites M_1H_1, M_2H_2 et les droites M_F et MF est circonscriptible à un cercle (Γ) centré en I.
2. On suppose, dans toute la suite, que (P) a pour équation $y = \dfrac{x^2}{4a}$ (a positif) dans un repère orthonormé $x\text{O}y$ et que M_1 et M_2 sont les intersections de (P) avec une droite $(^\Delta)$ issue de L, d'équation $y = mx - a$.
   Discuter, suivant les valeurs de m, l'existence de M_1 et M_2. Montrer que les droites FM_1 et FM_2 sont symétriques par rapport à Oy.
3. Trouver l'ensemble des centres, I, des cercles (Γ). Montrer que ces cercles forment un faisceau, dont on précisera la nature et les éléments caractéristiques.
   Quel est l'ensemble des points de contact de (Γ) avec les droites FM_1 et FM_2 ?
4. Évaluer, en fonction de m, lorsque (d) coupe (P), l'aire comprise entre l'arc M_1M_2 et la corde M_1M_2.