

Durée : 4 heures

**∞ Baccalauréat Aix-Marseille septembre 1966 ∞**  
**série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique**

**I.** - Déterminer le module et l'argument du nombre complexe

$$z = \frac{5 + 11i\sqrt{3}}{7 - 4i\sqrt{3}}.$$

**II.** - On désigne par  $\log_a x$  le logarithme dans la base  $a$  du nombre  $x$ .  
Résoudre l'équation

$$\log_a x = \frac{1}{2} + \log_a(4x + 15).$$

**III.** - On donne une parabole (P) de foyer F, de directrice (D).  
On désigne par L la projection orthogonale de F sur (D),  $M_1$  et  $M_2$  deux points de (P),  $H_1$  et  $H_2$  les projections respectives de  $M_1$  et  $M_2$  sur (D), I l'intersection des tangentes en  $M_1$  et  $M_2$  à (P).

1. Démontrer que le trapèze - convexe ou non - formé par les droites  $M_1H_1$ ,  $M_2H_2$  et les droites  $M_F$  et  $MF$  est circonscriptible à un cercle ( $\Gamma$ ) centré en I.
2. On suppose, dans toute la suite, que (P) a pour équation  $y = \frac{x^2}{4a}$  ( $a$  positif) dans un repère orthonormé  $xOy$  et que  $M_1$  et  $M_2$  sont les intersections de (P) avec une droite ( $\Delta$ ) issue de L, d'équation  $y = mx - a$ .  
Discuter, suivant les valeurs de  $m$ , l'existence de  $M_1$  et  $M_2$ . Montrer que les droites  $FM_1$  et  $FM_2$  sont symétriques par rapport à  $Oy$ .
3. Trouver l'ensemble des centres, I, des cercles ( $\Gamma$ ). Montrer que ces cercles forment un faisceau, dont on précisera la nature et les éléments caractéristiques.  
Quel est l'ensemble des points de contact de ( $\Gamma$ ) avec les droites  $FM_1$  et  $FM_2$ ?
4. Évaluer, en fonction de  $m$ , lorsque ( $d$ ) coupe (P), l'aire comprise entre l'arc  $M_1M_2$  et la corde  $M_1M_2$ .