

∞ Baccalauréat - Aix-Marseille juin 1951 ∞
SÉRIE MATHÉMATIQUES

Exercice 1

1^{er} sujet. - Angle horaire d'une étoile ; temps sidéral.

2^e sujet. - Mouvements apparents du Soleil sur la sphère des fixes ; écliptique.

3^e sujet. - Mouvement diurne de la Lune ; mouvement apparent sur la sphère des fixes ; révolution sidérale.

Exercice 2

Soit l'hyperbole équilatère (H) dont l'équation est

$$xy = k \quad (k > 0).$$

1. Exprimer, en fonction des abscisses a, b, c, d , de quatre points A, B, C, D de cette hyperbole, la condition pour que les cordes AD et BC soient orthogonales ; de ces quatre points, l'un quelconque est alors l'orthocentre du triangle formé par les trois autres ; si une hyperbole équilatère passe par les trois sommets d'un triangle, elle passe par son orthocentre ; si un triangle rectangle est inscrit dans une hyperbole équilatère, la hauteur relative à l'hypoténuse est tangente à cette hyperbole au sommet de l'angle droit.

2. Cette dernière propriété ramène la construction des intersections d'une hyperbole équilatère et d'un cercle ayant une de ses cordes BC pour diamètre à la construction de tangentes de direction donnée à cette hyperbole.

Rappeler, sans démonstration, les conditions de possibilité. De deux cercles ayant pour diamètres des cordes BC et AD rectangulaires de cette hyperbole, un seul, celui de diamètre BC par exemple, la coupe en deux autres points T' et T'' diamétralement opposés sur cette hyperbole. Former l'équation qui donne les abscisses t', t'' de ces points en fonction des abscisses b, c de B et C ; discuter.

3. Si D est l'orthocentre d'un triangle ABC, les cercles de diamètres BC et AD sont orthogonaux.

4. On considère les deux familles de cordes de (H) respectivement parallèles à deux directions fixes rectangulaires. Démontrer que les cercles ayant pour diamètres les cordes de l'une des familles ont même axe radical.

Préciser la disposition relative des deux familles de cercles.

En déduire que, si un triangle ABC, d'orthocentre D, est inscrit dans une hyperbole équilatère, le centre de celle-ci est sur le cercle de diamètre IJ (I milieu de BC, J milieu de AD) qui passe par les pieds des hauteurs du triangle.

SÉRIE MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

Exercice 1

1^{er} sujet. - Résolution de l'équation trigonométrique littérale

$$a \cos x + b \sin x + c = 0.$$

2^e sujet. - Résoudre un triangle, connaissant deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux.

3^e sujet. - Établir la dérivée de la fonction $\sin x$.

Exercice 2

On donne un rectangle ABCD, dont les sommets se suivent dans cet ordre, et l'on considère deux cercles variables (C_1) de centre C_1 et (C_2) de centre C_2 tangents le premier en A à la droite AD et le second en C à la droite CD.

On suppose que ces cercles sont orthogonaux et se coupent aux points P et Q.

1. Transformer la figure par inversion en prenant A pour pôle et \overline{AC} pour puissance.
2. Trouver le lieu géométrique du point P et celui du point Q. Montrer que la droite PQ passe par un point fixe.
3. Les parallèles à DC et DA menées respectivement par C_2 et C_1 se coupent en un point E. Lieu de ce point.
4. Construire les cercles orthogonaux (C_1) et (C_2) dans les deux cas suivants :
 - a. ils sont égaux;
 - b. ils sont vus du point D sous le même angle.
5. Montrer que le lieu des points dont la somme des puissances par rapport à deux cercles orthogonaux (C_1) et (C_2) a une valeur nulle est un cercle (O) . Lorsque les cercles (C_1) et (C_2) varient, montrer que les cercles (O) passent par B et par un autre point fixe I.
6. Lieu de la projection de I sur la droite $C_1 C_2$ et enveloppe de cette droite.