Brevet des collèges Aix-en-Provence juin 1973

Exercice 1

1. Développer $(x-3)^2$ et démontrer que

$$(x-3)^2(x+6) = x^3 - 27x + 54.$$

2. Quel est le degré du polynôme $P(x)$ ainsi obtenu?
3. En utilisant l'écriture la plus simple de $P(x)$, calculer

$$P(103), \qquad P(2,9), \qquad P(-5,9) \text{ et } P\left(\sqrt{27}\right).$$

4. Calculer ensuite le quotient et le reste de la division euclidienne de $P(103)$ par $P(0)$, ou par $P\left(\sqrt{27}\right)$., au choix.

Exercice 2

La fonction affine

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbf{R} & \to & \mathbf{R} \\ & x & \longmapsto & f(x) = ax+b, \end{array}$$

est telle que $f(0) = 2,8$ et $f(-2) = 0$.
Calculer successivement b et a et justifier le sens des variations de f.
Déterminer le réel, r, tel que $f(r) = 2\sqrt{2}$ et en donner la valeur approchée par défaut, ou par excès, à $0,01$ près (ou l'encadrement d'écart ou d'amplitude, 0,01) sachant que
$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

Exercice 3

Dans un plan euclidien, rapporté à un repère orthonormé, on donne les points

$$\text{A}(3,5\,;\,4), \qquad \text{B}(6\,;\,-1) \quad \text{et} \quad \text{C}(1\,;\,1).$$

Former l'équation de la droite (AB) ainsi que celle de la perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.

Exercice 4

Dans le plan euclidien, où l'unité de distance est le centimètre, on donne un triangle (OMP) rectangle en P, tel que d(O, P) (ou OP) = 32 et d(P, M) (ou PM) = 24.
On désigne par I le milieu de (O, M) ou de [OM], par A le point du segment [OP] tel que l'on ait d(O, A) (ou OA) = 25.
Il est recommandé aux candidats de construire, dans le plan physique, une représentation de ce triangle à l'échelle $\dfrac{1}{2}$,mais cette construction n'est pas obligatoire.

1. Calculer d(O, M) (ou OM), d(A, P) (ou AP) et d(A, M) (ou AM).

   Démontrer que le triangle (AOM) est isocèle et que les droites (OM) et (AI) sont orthogonales.

2. Soit H le pied de la hauteur issue de P dans le triangle (OMP).

   La droite (PH) coupe le segment [AM] au point K.

   Démontrer que $\dfrac{\overline{\text{IH}}}{\overline{\text{IO}}} = \dfrac{\overline{\text{AP}}}{\overline{\text{AO}}}$ et $\dfrac{\overline{\text{IH}}}{\overline{\text{IM}}} = \dfrac{\overline{\text{AK}}}{\overline{\text{AM}}}$.

   En déduire, avec le minimum de calculs, d(A, K) (ou AK) ainsi que la nature, ou propriété, du triangle (APK).

3. Calculer, au choix, le cosinus, le sinus ou la tangente, de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{PMA}}$ et calculer, à l'aide des tables trigonométriques, cet écart angulaire à 1° près par excès ou par défaut.