# ↫ Baccalauréat algérien[1] juin 1968 ↬

**SÉRIE C**

**Exercice 1**

On considère la fonction $f$ de la variable réelle $x$ définie par

$$f(x) = \frac{x^3 - 2}{x^2 - 1}.$$

Déterminer les coefficients $a$, $b$, $c$ et $d$ tels que, quel que soit $x$, on ait

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 1} = ax + b + \frac{c}{x-1} + \frac{d}{x+1}.$$

En déduire une primitive de la fonction $f$.

**Exercice 2**

1. Dans l'ensemble des complexes, résoudre l'équation

$$z^2 = -\frac{1}{2} - \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

2. En déduire les solutions de l'équation

$$z^2 - 2(1+\mathrm{i})z + \frac{1}{2} + \mathrm{i}\left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0.$$

**Exercice 3**

Dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ du plan, on définit, dans la suite, certaines transformations associant au point $M$ de coordonnées $(x\,;\,y)$ le point $M'$ de coordonnées $(x'\,;\,y')$.

**Partie A**

1. **a.** Reconnaître la transformation définie par

$$\left\{\begin{array}{lcl} x' & = & 3x,\\ y' & = & 3y.\end{array}\right.$$

**b.** On considère la transformation $(t)$ définie par

$$(t) \qquad \left\{\begin{array}{lcl} x' & = & 3x,\\ y' & = & -3y.\end{array}\right.$$

Montrer que la transformation $(t)$ peut être considérée de plusieurs manières comme le produit d'une homothétie et d'une symétrie.

1. Le programme de ce baccalauréat et la nature des épreuves ne sont pas nécessairement les mêmes que ceux du baccalauréat français.

**2.** On considère la transformation $(T)$ définie par

$$(T) \qquad \left\{\begin{array}{lcl} x' & = & x+y\sqrt{3},\\ y' & = & -x\sqrt{3}+y. \end{array}\right.$$

On désigne par $z$ l'affixe du point $M$ et par $z'$ celle de son transformé, $M'$, par la transformation $(T)$.
Prouver que $z'$ peut se mettre sous la forme

$$z' = \lambda(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta)z, \quad \text{avec } \lambda \text{ positif.}$$

Montrer que la transformation $(T)$ est une similitude, dont on précisera les éléments.

**3.** La transformation $(t_1)$ est définie par

$$(t_1) \qquad \left\{\begin{array}{lcl} x' & = & -\dfrac{\sqrt{5}}{3}x+\dfrac{2}{3}y,\\ y' & = & -\dfrac{2}{3}x+\dfrac{\sqrt{5}}{3}y. \end{array}\right.$$

Montrer :

**a.** que la transformation $(t_1)$ admet une droite de points doubles, $(\Delta)$, que l'on déterminera ;

**b.** que cette transformation est une symétrie par rapport à la droite $(\Delta)$.

**Partie B**

On appelle transformation linéaire toute transformation $(\mathscr{T})$ définie par

$$(\mathscr{T}) \qquad \left\{\begin{array}{lcl} x' & = & ax+by,\\ y' & = & cx+dy. \end{array}\right.$$

$a$, $b$, $c$, et $d$ étant des nombres réels fixés.

**1.** Démontrer que le produit de deux transformations linéaires est une transformation linéaire.

**2.** À quelle condition la transformation $(\mathscr{T})$ est-elle bijective ?

**3.** À quelles conditions cette transformation est-elle une isométrie ? Dans ce cas, quelle peut être la nature de la transformation $(\mathscr{T})$ ?