Baccalauréat Alger juin 1941

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet

Limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ quand x tend vers 0. – Dérivées de $\sin x$, $\cos x$ et $\text{tg}x$.

2e sujet

Résoudre et discuter l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

Application :

$$(m-1)\cos x + (m+1)\sin x = 1/2(3m+1).$$

Pour quelles valeurs de m cette équation a-t-elle des racines ?
Quand les solutions sont-elles toutes dans le premier quadrant ?

3e sujet

Résoudre un triangle, connaissant deux côtés a et b, et l'angle A opposé à l'un d'eux. - Discuter.

II

1. Soit un cercle (O) de diamètre AB ; une droite (D) coupe la droite AB en C, et fait avec elle un angle u. - Le point Q décrit (D) et AQ coupe (O) en P. Soient M le milieu de PQ et M′ celui de BC.
   La perpendiculaire MN à PQ coupe BQ en I.
   Trouver le lieu de I.
   En déduire que MN reste tangente à une parabole dont on déterminera le foyer,
2. La droite MN′ faisant avec PQ un angle constant v, la parallèle PB′ à MN′ coupe (O) en B′, et B′Q coupe MN′ en J.
   Trouver le lieu de J.
   En déduire que MN′ reste tangente à une parabole (P) dont on déterminera le foyer F et la tangente au sommet (T).
3. Trouver le lieu de F quand v varie. - Évaluer l'angle de l'axe de (P) avec AB, et montrer que cet axe passe par un point fixe qui ne dépend que de u.
   – Montrer que (T) coupe le cercle de diamètre AM′ en deux points dont l'un ne dépend que de u, et l'autre de v seulement.
4. On remplace la droite (D) par un cercle (O′) que décrit Q. Montrer que la perpendiculaire MN reste tangente à une conique : discuter sa nature suivant la position relative de A et (O) ; déterminer son centre, ses foyers, son cercle principal et, s'il y a lieu, ses asymptotes.
5. Montrer que MN′ reste aussi tangente a une conique dont on déterminera les foyers et le cercle principal, v étant donné.

N. B. - Question de cours : sur 10 ; problème : sur 20.