∽ Baccalauréat Alger juin 1948 série mathématiques ∾

Exercice 1

1er sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

Application : Résoudre l'équation

$$\cos\frac{3x}{2} - \sin\frac{3x}{2} = 1.$$

Une seule méthode de résolution et de discussion devra être exposée. Le candidat pourra, en quelques mots, justifier son choix. Il pourra, s'il le juge convenable, traiter l'application par une méthode différente de celle qu'il aura exposée.

2e sujet

Trièdres. Inégalités entre les faces. Sens d'un trièdre. Définition de deux trièdres supplémentaires. Démontrer la réciprocité.

3e sujet

Définitions de l'année tropique, de l'année sidérale, de l'heure sidérale, de l'heure moyenne, de l'heure légale.

Exercice 2

On considère deux axes rectangulaires $x'Ox, y'Oy$, un point fixe F de Ox d'abscisse positive a, la droite (D) d'équation $y = x\text{tg}\,u$, où u est un angle aigu positif.
Soient M un point variable de (D), d'abscisse x, H la projection de M sur $y'Oy$.

1. Évaluer en fonction de x le rapport $z = \dfrac{\overline{\text{MF}}^2}{\overline{\text{MH}}^2}$.
   Variations de ce rapport quand M décrit la droite (D), u restant fixe.
   Courbe représentative.
2. On désigne par (C) la conique de foyer F, de directrice associée $y'Oy$, d'excentricité e. Utiliser les résultats du premier paragraphe pour discuter l'existence d'es points communs à (D) et (C) quand e varie.
   Cas où $e = \dfrac{1}{\cos u}$. Que peut-on dire alors de la droite (D) relativement à (C) ?
   Déterminer dans, ce cas particulier le centre de (C), les asymptotes et les sommmet.
3. On prend un point fixe I sur (D) et l'on considère le cercle (I) de centre I et de rayon $e\cdot$ IK, K étant la projection de I sur $y'Oy$.
   Déterminer les points Q et R communs à (D) et (C) en uiilisant les points communs à $x'Ox$ et au cercle (I).
   Retrouver ainsi les résultats du deuxième paragraphe.
   Lieu, quand e varie, du point de rencontre des tangentes en Q et R à (C).
4. S étant un point donné du plan, la conique de foyer F, de directrice associée $y'Oy$ et passant par S est bien déterminée.
   Discuter le genre de cette conique suivant la position de S dans le plan.

5. **5.** S étant tel que l'excentricité soit 1, trouver le lieu géométrique du milieu P de QR quand u varie. [Q et R sont encore les points d'intersection de la conique avec la droite (D) d'équation $y = x \operatorname{tg} u$.] .

N. B. - Sur 30 points, on attribuera 10 points à la question de cours et 20 points au problème. .