

~ Brevet - Alger juin 1951 ~  
SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

**Exercice 1**

1<sup>er</sup> sujet. - Polaire d'un point par rapport à deux droites.

2<sup>e</sup> sujet. - Intersection d'une droite et d'une ellipse.

2<sup>e</sup> sujet. - Tangentes issues d'un point à une parabole.

**Exercice 2**

On considère deux axes rectangulaires  $x'Ox, y'Oy$ , un point A sur Ox, un point B sur Oy.  $\overline{OA} = \overline{OB} = a$ ,  $a$  longueur donnée.

Un cercle (C) est tangent en A à Ox et en B à Oy. Une tangente variable (CD) à ce cercle rencontre les axes  $x'Ox, y'Oy$  respectivement en P et Q.

Pour les questions 2 et 3 on supposera (C) inscrit dans le triangle OPQ.

1. On fait l'inversion de pôle O qui transforme en lui-même le cercle (C).  
Construire le centre du cercle transformé de la droite (D).  
Lieu géométrique (H) de ce centre quand (D) varie.  
Déterminer les points de rencontre de (H) avec le cercle (C).
2. On désigne par  $u$  l'angle OPQ. Évaluer en fonction de  $\operatorname{tg} u = t$  la longueur  $z$  de PQ.  
Variations de  $z$  en fonction de  $t$ .  
Courbe représentative.  
Déterminer  $u$  de manière que PQ ait une longueur donnée  $m$ . Discuter.  
Solution géométrique. Comment peut-on déduire des résultats obtenus l'angle  $u$  de manière que le triangle OPQ ait une aire donnée  $k^2$  ( $k$ , longueur donnée) ?
3. Utiliser la figure de ce problème pour calculer, en fonction de  $u$ , l'excentricité de la section d'un cône de révolution, de demi-angle au sommet  $45^\circ$ , par un plan tangent à une sphère de rayon  $a$  inscrite dans ce cône.  
Calculer  $u$  de manière que l'excentricité soit égale à  $\frac{1}{2}$ .  
Solution géométrique.

**N. B.** - Les trois questions sont indépendantes.