

**⌘ Baccalauréat Mathématiques et Mathématiques et Technique ⌘**  
**Alger juin 1954**

**I.**

**1<sup>er</sup> sujet**

Conservation des angles par l'inversion dans le plan.

**I.**

**2<sup>e</sup> sujet**

Tangentes issues d'un point à une ellipse définie par ses foyers et la longueur du grand axe.

**I.**

**3<sup>e</sup> sujet**

Section d'un cône de révolution par un plan parallèle à un plan tangent au cône.

**II.**

On donne deux axes de coordonnées rectangulaires  $x'Ox$ ,  $y'Oy$ , le point  $O'$  de l'axe  $x'Ox$ , d'abscisse  $3a$ , la droite  $D$  d'équation  $y = a$  et le point  $M$ , d'abscisse  $x$ , variable sur  $D$ .

On désigne par  $(O)$  le cercle de centre  $O$  et de rayon  $a\sqrt{2}$  et par  $(O')$  le cercle de centre  $O'$  et de rayon  $a$ .

1. Calculer, en fonction de  $a$  et  $x$ , les puissances  $P$  et  $P'$  du point  $M$  par rapport aux cercles  $(O)$  et  $(O')$ .

Étudier les variations de  $z = \frac{P}{P'}$  quand  $M$  décrit  $D$ .

Tracer la courbe représentative.

Pour quelles positions de  $M$  le rapport  $z$  a-t-il une valeur donnée  $k$ ? Discuter.

2. On se place dans l'hypothèse où il existe deux points  $M'$  et  $M''$  de  $D$  pour lesquels  $z = k$ .

Évaluer le rapport dans lequel le segment  $OO'$  est partagé par le point  $C$  de  $Ox$  qui a même abscisse que le milieu de  $M'M''$ .

Montrer que, pour tout point du cercle  $(C)$ , de centre  $C$ , qui passe par  $M'$  et  $M''$ , le rapport des puissances aux cercles  $(O)$  et  $(O')$  est égal à  $k$ .

Comparer les axes radicaux des trois cercles  $(O)$ ,  $(O')$ ,  $(C)$  pris deux à deux.

Que peut-on dire des cercles  $(C)$  lorsque  $k$  prend toutes les valeurs compatibles avec l'hypothèse faite au début de cette question?

Y a-t-il d'autres cercles lieux de points dont le rapport des puissances par rapport à  $(O)$  et  $(O')$  garde une valeur constante?

Tout point de l'axe  $Ox$  peut-il être le centre d'un tel cercle?

3. Construire les points de Poncelet,  $I$  et  $J$ , du faisceau de cercles défini par  $(O)$  et  $(O')$ .

Soit  $N$  le point de rencontre des polaires de  $M$  par rapport à  $(O)$  et  $(O')$ . Que peut-on dire du cercle de diamètre  $MN$  quand  $M$  décrit  $D$ ?

Comment peut-on utiliser les points  $I$  et  $J$  pour la construction graphique de  $N$ ?

On projette  $I$  et  $J$  en  $I'$  et  $J'$  sur  $D$ ,  $M$  et  $N$  en  $M'$  et  $N'$  sur  $Ox$ . Montrer que  $IM$  et  $J'N'$  sont parallèles, ainsi que  $JM$  et  $I'N'$ .

Évaluer, en fonction de  $NN'$ , la puissance de  $N$  par rapport au cercle circonscrit à  $IJJ'$ .

Trouver le lieu de  $N$  et le lieu de l'orthocentre du triangle  $MIJ$  quand  $M$  décrit  $D$ .