Baccalauréat Série mathématiques
Alger juin 1958

EXERCICE 1

1$^{\text{er}}$ sujet. - Construction des tangentes issues d'un point donné P à une ellipse définie par un foyer et le cercle directeur relatif à l'autre foyer.
Discussion.

2$^{\text{e}}$ sujet. - Intersection de deux plans en géométrie descriptive.
Exposer la méthode générale et l'appliquer à une épure où l'un des plans est défini par ses traces, l'autre par la ligne de terre et un point.

3$^{\text{e}}$ sujet. - Détermination du vecteur vitesse, à un instant donné, pour un mobile animé d'un mouvement circulaire dont on donne l'équation horaire.

EXERCICE 2

On donne dans un plan les deux axes rectangulaires Ox, Oy et, sur Ox, les deux points B$(-3h\,;\,0)$ et C$(+3h\,;\,0)$, h étant la mesure (positive) d'une longueur donnée.
Une droite, confondue avec Ox à l'instant $t = 0$, tourne autour de B d'un mouvement uniforme de vitesse angulaire donnée k (positive).
Une autre droite, confondue avec Ox à l'instant $t = 0$, tourne autour de C d'un mouvement uniforme de vitesse angulaire $-2k$.

1. Former, à l'instant t, les équations de ces deux droites et calculer les coordonnées de leur point d'intersection, A.

   Montrer que ces coordonnées sont liées par une relation $f(x, y) = 0$, indépendante de t et de k.
2. Que devient cette relation lorsqu'on repère le point A dans le système de coordonnées (SX, SY), d'origine S$(-h\,;\,0)$, déduit du système (Ox, Oy) par la translation $\overrightarrow{\text{OS}}$?

   En déduire que le lieu de A est une hyperbole (H), dont on placera les sommets, les foyers, les asymptotes et les directrices et dont on donnera la valeur de l'excentricité.
3. Montrer que, pour étudier géométriquement le lieu de A, on peut se borner à faire varier t de 0 à $\dfrac{\pi}{2k}$.

   Examiner, dans cet intervalle, les valeurs des angles du triangle ABC, en fonction de t.

   Pour quelle valeur de t les deux droites issues de B et C sont-elles parallèles ?

   H désignant la projection de A sur la médiatrice de BC, évaluer dans chaque cas de figure le rapport $\dfrac{\text{AH}}{\text{AC}}$ et retrouver ainsi les résultats du 2.

Baccalauréat Série mathématiques et technique Alger juin 1958

EXERCICE 1

1[er] sujet. - Expliquer comment on reconnait qu'un polynôme est divisible par $x - a$ et comment on détermine les coefficients du quotient.
Application : Faire voir que $x^7 - 3x^3 + x + 1$ est divisible par $x - 1$ et calculer le quotient de leur division.

2[e] sujet. - Établir l'équation réduite de l'ellipse.
Réciproque.

3[e] sujet. - Tangente à une hélice circulaire droite en l'un de ses points.

EXERCICE 2

On prend sur un cercle (O) de diamètre UV un point variable M, centre d'un cercle (C) tangent à UV en I.
Soient AB la corde commune à (O) et (C) et P le point où elle coupe MI.

1. En évaluant la puissance de P par rapport aux deux cercles (O) et (C), montrer que P est le milieu de MI.
   En déduire le lieu de P quand M décrit le cercle (O).
2. MI recoupe (O) en C et (C) en J.
   Utiliser le résultat du 1. pour montrer que la division CPIJ est harmonique et en déduire que AI et AJ sont les bissectrices de l'angle BAC.
   Quel rôle jouent les points I et J dans le triangle ABC ?
   On désigne par r le rayon du cercle inscrit dans le triangle ABC, par r' le rayon du cercle exinscrit dans l'angle C et par h la hauteur relative au sommet C.
   Montrer que $r' = h = 3r$.
3. Faire voir que la relation $r' = 3r$ permet d'exprimer le périmètre du triangle ABC en fonction de AB $= c$.
   Montrer que les trois côtés a, b, c sont en progression arithmétique et que

$$2\sin C = \sin A + \sin B.$$

   Calculer r et r' en fonction de c et des angles A et B ; en déduire que

$$3\text{tg}\,\frac{\text{A}}{2}\text{tg}\,\frac{\text{B}}{2} = 1.$$

   Les deux relations trigonométriques ainsi trouvées sont-elles indépendantes l'une de l'autre ?
   Sinon, montrer comment l'une d'elles peut se déduire de l'autre par un calcul trigonométrique.