∾ Baccalauréat Alger série mathématiques ∾
septembre 1952

I. - 1$^{\text{er}}$ sujet.

Inverse d'un cercle. On énoncera les résultats dans le cas général et on les établira dans le cas où le pôle d'inversion est dans le plan du cercle.

I. - 2$^{\text{e}}$ sujet

Intersection d'une droite et d'une hyperbole.

I. - 3$^{\text{e}}$ sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

II.

1. On considère la fonction

$$y = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x-1}.$$

   Calculer b et c, en fonction de a, de manière que y soit nul pour $x = 2$ et que, pour cette valeur, la fonction soit minimum ou maximum.

   Préciser s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

   b et c ayant les valeurs ainsi trouvées, construire la courbe (L) qui représente les variations de la fonction y, en supposant $a = 1$.

   Comment se déduisent de (L) les courbes correspondant aux diverses valeurs de a ?

2. On prend $a = c = 1,\ b = -4$.

   Pour quelles valeurs de x cette fonction prend-elle la valeur donnée m ?

   Dans le cas où le problème admet deux solutions x', x'' montrer qu'il existe entre x' et x'' une relation indépendante de m.

   En déduire que les points H$'$ et H$''$ de l'axe des x d'abscisses x' et x'' se correspondent dans une inversion dont on déterminera le pôle et la puissance.

3. On considère les points A et B de l'axe Ox, d'abscisses respectives 1 et 2, le cercle (C) de diamètre OA et le faisceau linéaire de cercles (F) qui contient le cercle (C) et qui admet B pour point limite.

   Construire le deuxième point limite D.

   Les cercles du faisceau (F) centrés en B et D ont un rayon nul : ce sont les « cercles-points » B et D.

   H étant un point variable de l'axe Ox, d'abscisse x, calculer en fonction de x la puissance z de H par rapport à (C) et la quantité $z' = \overline{\text{HB}}^2$.

   Montrer que le rapport $\dfrac{z'}{z}$ prend la même valeur lorsque H coïncide avec l'un ou l'autre des points où l'axe Ox est rencontré par un cercle quelconque de (F).

   Montrer que pour tout point d'un tel cercle le rapport des puissances au cercle (C) et au cercle-point B est constant.

   Comment ces résultats permettent-ils de contrôler ceux du paragraphe **2.** ci-dessus ?

N. B. - Sur 30 points, on attribuera 20 points au problème obligatoire et 10 points à la question de cours.