∽ Baccalauréat Série mathématiques Alger septembre 1958 ∾

EXERCICE 1

1[er] sujet. - Établir les quatre formules de transformation en produit de la somme ou de la différence de deux sinus ou de deux cosinus.

2[e] sujet. - Définition de la similitude plane directe.
Montrer qu'une similitude plane directe a en général un point double.
Application : Construire le point double de la similitude dans laquelle deux triangles rectangles isocèles donnés sont homologues. sin x 1

3[e] sujet. - Limite du rapport $\dfrac{\sin x}{x}$, lorsque l'arc x, exprimé en radians, tend vers 0.
Appliquer le résultat obtenu au calcul de la dérivée de la fonction

$$y = \cos x.$$

EXERCICE 2

On donne dans un plan un axe orienté $x\text{O}x$ sur lequel on a choisi une origine O et une unité de longueur.

1. **a.** À tout point M de l'axe, d'abscisse x, on associe le point M', d'abscisse x', qui s'en déduit par une inversion de pôle O et de puissance k, suivie d'une translation d'amplitude algébrique h, le long de Ox.
   Établir la relation entre les abscisses x et x'.

   b. Montrer que la relation $xx' - 4x + 3 = 0$ définit une transformation du même type.
   Placer sur l'axe Ox le vecteur translation $\overrightarrow{\text{OH}}$ ($\overline{\text{OH}} = h$) et calculer la puissance d'inversion k.
   Montrer que deux points A et B (points doubles) sont à eux-mêmes leurs propres homologues. Calculer leurs abscisses. Les placer sur l'axe Ox et vérifier géométriquement leur propriété d'invariance.
2. On associe à tout point P du cercle (C) de diamètre AB le point P′ qui s'en déduit par l'inversion de pôle O et de puissance k, suivie de la translation définie par le vecteur $\overrightarrow{\text{OH}}$, telles qu'elles résultent du 1. b.
   Quel est le lieu de P′ ?
   Situer par rapport à P′ le point Q où OP recoupe le cercle (C).
   Trouver l'enveloppe de la droite PP′. Construire son point de contact. Placer les éléments remarquables de cette enveloppe.
3. On suppose maintenant que P décrit une tangente (D) au cercle (C), en P_0.
   Montrer que P′ décrit un cercle (S), que l'on situera par rapport à (C).
   Quel est le lieu du centre S de (S) lorsque (D) varie en restant tangente à (C) ?

Baccalauréat Série mathématiques et technique Alger juin 1958

EXERCICE 1

1er sujet. - Inverse d'une droite.
Application : Quelles sont les inversions qui font correspondre un cercle et une droite d'un même plan ?

2e sujet. - Projection horizontale de la section plane d'un cône de révolution à axe vertical par un plan debout.
Faire le raisonnement et l'épure en supposant que la base du cône dans le plan horizontal de projection est un cercle tangent à la ligne de terre, que la hauteur est égale au diamètre de la base et que la trace frontale du plan sécant est une médiane du triangle formé par les projections des génératrices de contour apparent frontal du cône.
Déterminer les sommets et les foyers de la projection horizontale.

3e sujet. - Calcul de la dérivée du quotient de deux fonctions ayant des dérivées.
Application : Calculer la dérivée de la fonction

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$$

EXERCICE 2

On donne deux axes de coordonnées rectangulaires, Ox, Oy, et le cercle (C) de centre I(0 ; a) et de rayon a.
D'un point P variable sur la demi-droite Ox on mène la tangente au cercle, autre que PO, qui coupe Oy en Q, et l'on construit le quatrième sommet, M, du rectangle OPMQ.

1. Exprimer, en fonction de a et de l'angle OPI = u, les coordonnées (x ; y) du point M.
   Former la relation indépendante de u vérifiée par x et y.
2. Étudier les variations de la fonction

   $$y = \frac{2ax^2}{x^2-a^2}.$$

   Comparer la courbe représentative de cette fonction . au lieu géométrique du point M de la question 1.
3. Évaluer, en fonction de OP = x, le nombre positif S qui mesure l'aire du rectangle OPMQ.
   Construire la courbe représentative des variations de S en fonction de x.
   Admet-elle une asymptote non parallèle à Oy ?
   Placer les points P pour lesquels S est égale au double de l'aire de l'hexagone régulier inscrit dans le cercle (C).