Baccalauréat série mathématiques La Réunion juin 1956

I. 1er sujet

Démontrer que l'inverse d'un cercle par rapport à un pôle situé à la distance h de son plan, la puissance d'inversion étant h^2, est un cercle.
Préciser. la position du plan, du centre de ce cercle. Indiquer le calcul du rayon.

I. 2e sujet

Montrer qu'une similitude plane directe est généralement déterminée par la connaissance de deux couples de points homologues.
Construire le centre de la similitude. Déterminer son angle et son rapport.

I. 3e sujet

Construire les cercles passant par deux points donnés et tangents à une droite donnée.
Discuter.

II. Problème

Un triangle variable ABC est inscrit dans un cercle fixe, de centre O et de rayon R. On désigne par OD le rayon fixe perpendiculaire à BC qui ne traverse pas BC, par u l'angle saillant DOA.

1. On suppose, dans cette question, que B est le plus grand des deux angles B et C du triangle ABC.
   On pose de plus $a = 2\mathrm{R}\sin v,\ v$ étant un angle aigu.
   Calculer successivement, en fonction de $v,\ u$ et R, la différence B − C, les angles du triangle ABC, ses côtés $b,\ c$, sa surface S, son périmètre $2p = a+b+c$, le rayon r du cercle inscrit.
   On distinguera deux cas suivant que u est inférieur ou supérieur à $\pi - v$.
   Que deviennent les deux résultats obtenus dans le cas où $u = v - \pi$?
   Contrôler ces résultats.
   Variations de S et r en fonction de u.
   Courbes représentatives.
2. On se place dans le cas où $u = 0$ et l'on pose

$$\widehat{\mathrm{BAC}} = 2x.$$

   Calculer l'expression de la fonction $y = \dfrac{\mathrm{S}}{2p\mathrm{R}}$ (S surface, $2p$ périmètre du triangle ABC).
   Variations de y quand x varie.
   Courbe représentative (P).
   À quel triangle correspond le maximum de y ?
   Mettre y sous la forme $\mathrm{L}\sin x + \mathrm{M}\cos 2x + \mathrm{N}$, L, M, N, étant des constantes.
   Calculer l'aire comprise entre (P) et Ox.