Baccalauréat Métropole septembre 1959
Série mathématiques

I

1er sujet

Ayant démontré que le rapport $\dfrac{\sin u}{u}$ tend vers 1 lorsque u tend vers 0, calculer les dérivées des fonctions $\sin(ax+b)$ et $\cos(ax+b)$, a et b étant des constantes données.
Application : Construire la courbe

$$y = \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$$

et calculer les pentes des tangentes d'inflexion.

2e sujet

Montrer que deux figures directement égales d'un même plan se déduisent l'une de l'autre soit par une translation, soit par une rotation.

3e sujet

Faisceau harmonique de droites.
Polaire d'un point par rapport à un angle.

II

1. On donne deux cercles (C), (C′), de centres C et C′, de rayons R et R′, (C′) étant intérieur à (C).
   Soit (K) un cercle, de centre M, tangent à (C) en P et à (C′) en P′.
   Montrer que la droite PP′ passe par l'un ou l'autre de deux points fixes, S_1 et S_2.
   Trouver le lieu géométrique (E_1) des centres des cercles (K_1) pour lesquels PP′ passe par S_1 et le lieu géométrique (E_2) des centres des cercles (K_2) pour lesquels PP′ passe par S_2.
2. On suppose maintenant que les cercles (C) et (C′) sont tangents intérieurement et que $R = 3R'$.
   Que deviennent les cercles (K_1) et (K_2), ainsi que les lieux (E_1) et (E_2) ?
   Montrer que l'un d'eux est une ellipse (E), dont on construira les foyers, les sommets et les directrices.
3. On rapporte la figure aux axes rectangulaires Cx, Cy, d'origine C, le point C′ ayant, sur l'axe Cx, une abscisse positive.
   Quelle relation doit lier les coordonnées $(x~;~y)$ d'un point M pour qu'il appartienne à la courbe (E) ?
   Exprimer les coordonnées $(x~;~y)$ en fonction de l'angle u, compris entre $-\pi$ et $+\pi$ que font les demi-droites Cx et CM : $u = \left(\overrightarrow{\text{C}x}, \overrightarrow{\text{CM}}\right)$.
4. Le point M décrit (E) de façon que la demi-droite CM soit animée d'un mouvement uniforme de vitesse angulaire égale à $+1$.
   Décrire le mouvement du point m, projection orthogonale de M sur Cx.
   Tracer le diagramme des espaces, en supposant que u= 0 à l'origine des temps.
   En quels points de Cx la vitesse de m est-elle maximum ?
   Quel est alors le vecteur vitesse de M ?