

☞ Baccalauréat Algérie juin 1966 ☞
Mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

EXERCICE 1

On considère la fonction

$$f(x) = \frac{3x-1}{x^2(x-1)}.$$

Préciser son domaine de définition.

Montrer que, sur ce domaine, $f(x)$ peut se mettre sous la forme

$$f(x) = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{x-1},$$

en calculant les constantes A, B et C.

Déterminer celle des primitives de $f(x)$ qui prend la valeur $-\frac{1}{2}$ quand x prend la valeur $\frac{2}{3}$.

EXERCICE 2

Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation

$$z^6 + z^3 - 2 = 0.$$

EXERCICE 3

Soit, dans le plan, un repère orthonormé Oxy .

On considère la transformation ponctuelle (S) qui, à tout point M de coordonnées $(x; y)$, fait correspondre le point M' de coordonnées

$$x' = kx, \quad y' = -ky,$$

k étant un nombre positif donné différent de 1.

1.
 - a. Utiliser l'équation générale d'un cercle rapporté au repère précédent pour montrer, par le calcul, que la figure transformée par (S) d'un cercle est un cercle.
 - b. Montrer que la transformation (S) est le produit d'une homothétie (H) de centre O et de la symétrie d'axe $x'x$.
2. Soit N le transformé du point M dans l'homothétie (H). On désigne par I le milieu du segment MN et par I' le milieu du segment MM'.
Calculer les ordonnées des points I et I' en fonction de l'ordonnée y du point M et démontrer que le point I' est le transformé du point I dans une affinité orthogonale, dont on précisera l'axe et le rapport.
En déduire que la médiatrice (D) du segment MM' est la transformée de la médiatrice (d) du segment MN dans cette affinité.

3. La droite (d) étant toujours la médiatrice du segment MN, soit P le symétrique du point O par rapport à la droite (d). Démontrer que

$$\overrightarrow{OP} = (1 + k) \overrightarrow{OM}.$$

En déduire que, lorsque le point M décrit un cercle (C) ne passant pas par l'origine, O, le point P décrit un cercle, dont on précisera le centre, F.

Démontrer que l'enveloppe de la droite (d) est une conique, (L), que l'on déterminera avec précision. Discuter la nature de cette conique.

4. Quelle est la transformée de la conique (L) par la transformation (S) ?