∽ Baccalauréat algérien [1] septembre 1967 ∾

SÉRIES MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUES

Exercice 1

Résoudre, dans le corps, $\mathbb{C}$, des nombres complexes, l'équation

$$z^4 - z^3 + 3z - 3 = 0.$$

(On commencera par déterminer une racine réelle simple de cette équation.)

Exercice 1

Étudier la fonction définie par

$$y = \frac{x}{2} + \sin x \quad \text{pour} \quad -\pi \leqslant x \leqslant \pi.$$

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé, $x'\mathrm{O}x,\ y'\mathrm{O}y$, on prend pour unité de longueur 2 centimètres.
Tracer la courbe représentative de cette fonction après avoir déterminé les tangentes parallèles à la première bissectrice, ainsi que les tangentes aux points d'abscisses $x = 0$ et $x = \pi$.
Calculer l'aire du domaine limité par l'axe $x'x$, la courbe et la droite d'équation $x - \frac{\pi}{2} = 0$.

Exercice 3

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $x'\mathrm{O}x,\ y'\mathrm{O}y$, on considère la famille de courbes (E_m) d'équation

$$x^2 - 2mx + 4y^2 - 4 = 0.$$

1. Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme

$$\frac{(x-m)^2}{P} + \frac{y^2}{Q} = 1.$$

   En déduire la nature des courbes (E_m) ; montrer que toutes les courbes (E_m) ont la même excentricité. Prouver que les courbes (E_m) passent par deux points fixes, A et B.

2. Soit M'et Mil les sommets d'une courbe (E_m) qui n'appartiennent pas à x'Ox. Calculer en fonction de m les coordonnées de M'et Mil. En déduire l'ensemble, (H), des points M'et MU lorsque m varie. Tracer la courbe (H).

3. Soit (C_m) le cercle principal de (E_m). Trouver l'équation de (C_m) Montrer que les cercles (C_m) appartiennent à un faisceau, (F).

1. Le programme de ce baccalauréat et la nature des épreuves ne sont pas nécessairement les mêmes que ceux du baccalauréat français.

4. Par quelle transformation ponctuelle peut-on passer d'un cercle (Cm) à la courbe (E_m) correspondante ?

Soit I un point donné de $y'y$ et J le point de $y'y$ tel que $\dfrac{\overline{\text{OI}}}{\overline{\text{OJ}}} = \dfrac{1}{2}$.

Construire les tangentes issues de I à une courbe (E_m).

Quel est l'ensemble des points de contact de ces tangentes lorsque m varie ?