Baccalauréat S Amérique du Sud novembre 1996

EXERCICE 1 **5 POINTS**

On tire 3 boules simultanément et au hasard d'une urne contenant 3 boules blanches, 3 noires, 3 vertes et 3 rouges. On suppose l'équiprobabilité des tirages.
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. X est la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de boules blanches obtenues.
   Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Pour gagner, il faut tirer au moins 2 boules blanches, mais on estime qu'un joueur sur 10 est un tricheur et qu'un tricheur gagne avec une probabilité de $1/2$.
   On note T l'évènement « être un tricheur », $\overline{T}$ l'évènement contraire de T et G l'évènement « gagner au jeu ».
   a. Calculer la probabilité de l'évènement « gagner pour un non tricheur » c'est-à-dire $P\left(G/\overline{T}\right)$.
   En déduire la probabilité de l'évènement $G \cap \overline{T}$.
   b. Calculer $P(T \cap G)$.
   c. Démontrer que la probabilité de l'évènement G est $\dfrac{181}{1\,100}$.
   d. Calculer la probabilité qu'une personne qui a gagné soit un tricheur.

EXERCICE 2 **5 POINTS**
Enseignement de spécialité

On considère dans le plan orienté un losange ABCD de centre O.
On pose $\left(\overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AD}}\right) = \alpha$ (modulo 2π).
On appelle r_{A} la rotation de centre A et d'angle α et r_{B} la rotation de centre B qui transforme C en A.
Pour tout point M du plan, on nomme M_1 et M_2 les points définis par

$$M_1 = r_{\text{A}}(M) \quad \text{et} \quad M_2 = r_{\text{B}}^{-1}(M).$$

1. On pose $f = r_{\text{A}} \circ r_{\text{B}}$.
   a. Exprimer l'angle de la rotation r_{B} en fonction de α.
   En déduire la nature de la transformation f.
   b. Déterminer $f(\text{C})$. Caractériser la transformation f.
   c. Montrer que, pour tout point M du plan, le milieu du segment $[M_1M_2]$ est indépendant de M.
2. **a.** En considérant le triangle AMM_1 déterminer une mesure, à $k\pi$ près ($k \in \mathbb{Z}$), de l'angle $\left(\overrightarrow{MM_1}, \overrightarrow{M\text{A}}\right)$ en fonction de α.
   b. Montrer que, pour tout point M du plan distinct de A et de B, on a l'égalité :

   $$\left(\overrightarrow{MM_1}, \overrightarrow{MM_2}\right) = \left(\overrightarrow{M\text{A}}, \overrightarrow{M\text{B}}\right) + \frac{\pi}{2} \quad (\text{modulo } \pi).$$

   c. En déduire l'ensemble des points M du plan tels que M, M_1 et M_2 soient alignés.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Enseignement obligatoire

Soit P un plan rapporté à un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$(unité graphique : 1,5 cm).

f est l'application du plan P, privé du point O, dans P qui à tout point M d'affixe z ($z \neq 0$) associe le point M' d'affixe z' telle que :

$$z' = \frac{z^2-4}{2z}.$$

1. **a.** Démontrer que, si $z \neq 2\mathrm{i}$ on a :

$$\frac{z'+2\mathrm{i}}{z'-2\mathrm{i}} = \left(\frac{z+2\mathrm{i}}{z-2\mathrm{i}}\right)^2.$$

   b. On désigne par A et B les points d'affixes respectives 2i et -2i. Justifier que :

$$\left(\overrightarrow{M'\mathrm{A}},\ \overrightarrow{M'\mathrm{B}}\right) = 2\left(\overrightarrow{M\mathrm{A}},\ \overrightarrow{M\mathrm{B}}\right) \quad (2\pi)$$

$$\text{puis que} \quad \frac{M'\mathrm{B}}{M'\mathrm{A}} = \left(\frac{M\mathrm{B}}{M\mathrm{A}}\right)^2.$$

2. Soit I le point d'affixe $z_{\mathrm{I}} = -4+2\mathrm{i}$.

   a. Déterminer $\left(\overrightarrow{\mathrm{IA}},\ \overrightarrow{\mathrm{IB}}\right)$ et $\dfrac{\mathrm{IB}}{\mathrm{IA}}$.

   b. Déterminer et construire l'ensemble E défini par :

$$E = \{M / M \in \mathrm{P} \quad \text{et} \quad \frac{M\mathrm{B}}{M\mathrm{A}} = 2\}.$$

   c. En utilisant les questions précédentes, construire le point I$'$ image de I par f.