∽ Baccalauréat ES Amérique du Sud décembre 2001 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On donne le tableau suivant indiquant l'évolution du nombre de centenaires en France depuis le début du siècle :

années	1911	1931	1946	1962	1970	1980	1992	1995	2000
x_i	11	31	46	62	70	80	92	95	100
nombre de centenaires y_i	118	241	261	440	1 273	3 112	4 323	6 060	9 264

source : INSEE

Tous les résultats statistiques seront donnés à l'aide de la calculatrice.
Le détail des calculs n'est pas demandé.

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points $M(x_i\ ;\ y_i)$: unités graphiques : 1 cm pour 10 ans sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 500 personnes sur l'axe des ordonnées.

2. On constate, au vu de ce nuage, qu'un ajustement linéaire ne semble pas le mieux adapté.
On s'intéresse alors à la série $(x_i, \ln y_i)$.
On appelle z_i une valeur approchée de $\ln y_i$ par défaut à 10^{-4} près.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	11	31	46	62	70	80	92	95	100
z_i	4,770 6	5,484 7	5,564 5						9,133 8

Pour la série $(x_i\ ;\ z_i)$ du tableau précédent, donner le coefficient de corrélation linéaire (on en donnera une valeur approchée par défaut à 10^{-3} près) et justifier qu'un ajustement, linéaire est envisageable.

b. Déterminer l'équation $z = ax + b$ de la droite D de régression de z en x par la méthode des moindres carrés. Les nombres a et b seront donnés à 10^{-5} par défaut.

3. Si l'évolution restait la même, estimer le nombre de centenaires en France en 2015.

EXERCICE 2 **6 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Des calculs statistiques effectués sur les élèves de terminale d'un lycée, concernant l'année scolaire 1999-2000. ont donné les renseignements suivants :
en juin 2000, les élèves de terminale se répartissaient ainsi : 45 % en S, 25 % en L, et 30 % en ES. Les taux, arrondis, de réussite au baccalauréat ont été les suivants :

S	L	ES
87 %	85 %	79 %

À la fin du mois de décembre 2000, sur l'ensemble des élèves, qui étaient en terminale dans ce lycée en juin de la même année, on en choisit un au hasard.
Dans la suite de l'exercice, on appelle :

S l'évènement « l'élève choisi était en S l'année scolaire précédente »,
L l'évènement « l'élève choisi était en L l'année scolaire précédente »,
E l'évènement « l'élève choisi était en ES l'année scolaire précédente »,
R l'évènement « l'élève choisi a été reçu au baccalauréat ».

1. **a.** Donner $p(E)$, $p(R/E)$ et montrer que $p(R \cap E) = 0,237$.

b. Calculer $p(R \cap S)$ et $p(R \cap L)$.

c. En déduire que la probabilité que cet élève choisi au hasard ait été reçu au baccalauréat est $0,841$.

2. Lorsque les élèves, **reçus au baccalauréat**, sont venus au lycée chercher leur diplôme, on s'est renseigné sur leur poursuite d'études, et on a obtenu les résultats suivants :

élèves issus de	S	L	ES
poursuite d'études en faculté	40 %	60 %	40 %

On appelle :

F l'évènement « l'élève choisi est en faculté »,
E' l'évènement $R \cap E$,
L' l'évènement $R \cap L$,
S' l'évènement $R \cap S$.

a. Donner $p(F/E')$.

b. Calculer $p(F \cap E')$.

c. Montrer que la probabilité que l'élève choisi soit en faculté est 0,378 9.

3. À la même date, on choisit, toujours au hasard, un élève qui se trouvait en terminale de ce lycée l'année scolaire précédente et **qui se trouve maintenant en faculté**.

a. Pourquoi les évènements $F \cap E'$ et $F \cap E$ sont-ils les mêmes ?

b. Calculer la probabilité que l'élève choisi soit issu de terminale ES ? (En donner une valeur approchée par excès à 10^{-4} près).

EXERCICE 2 — 6 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Des adolescents (5 garçons et 7 filles) passent ensemble des vacances.
Ils décident de tirer au sort deux d'entre eux chaque jour pour former une équipe chargée d'effectuer les courses.

1. *Pour le tirage au sort fait le premier jour, on donnera les résultats sous la forme de fractions irréductibles.*

a. Combien d'équipes différentes peuvent-ils obtenir par ce tirage au sort ?

b. Calculer la probabilité que l'équipe soit constituée de deux filles.

c. Montrer que la probabilité que l'équipe soit mixte est $\dfrac{35}{66}$.

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale : valeurs approchées par défaut à 10^{-4} *près.*

2. On suppose dans cette question que les vacances durent 6 jours. Ils recommencent chaque jour le tirage au sort dans les mêmes conditions (indépendamment des résultats des jours précédents).

a. Calculer la probabilité que le sort désigne des équipes mixtes exactement quatre fois.

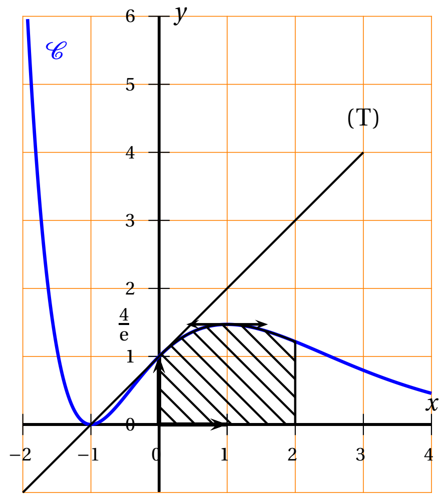
b. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une fois une équipe mixte.

3. Quelle durée minimale doit avoir leur séjour pour que la probabilité que les courses soient effectuées au moins une fois par deux adolescents de sexe différent dépasse 0,999 ?

PROBLÈME **8 points**

Partie A :

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. Sur le graphique ci-contre, la courbe $(\mathscr{C})$ représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
La droite (T) est la tangente à la courbe au point A d'abscisse 0.



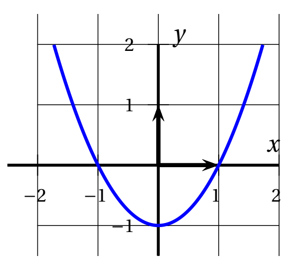
1. À partir du graphique, reproduire et compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1
$f(x)$			
$f'(x)$			

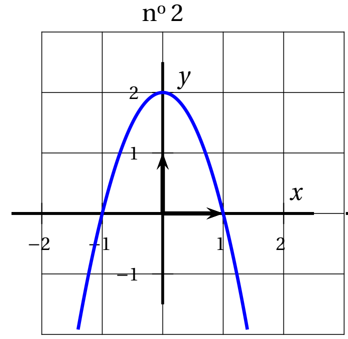
Justifier les valeurs de $f'(-1)$ et $f'(0)$.

2. La fonction f a pour dérivée une fonction f' dont la courbe est l'une des trois suivantes. Indiquer laquelle en justifiant votre réponse.

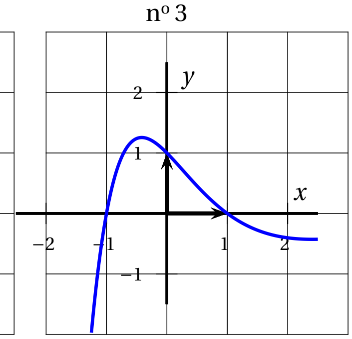
n° 1



n° 2



n° 3



3. Expliquer graphiquement pourquoi l'aire de la partie hachurée, exprimée en unités d'aire, est un nombre compris entre 2 et $\dfrac{8}{e}$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(x^2 + 2x + 1\right) e^{-x}.$$

1. Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) \geqslant 0$.

2. a. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b. On admet que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^x}{x^n}=+\infty$ pour tout entier n supérieur ou égal à 1.

Déterminer alors la limite de f en $+\infty$.

Peut-on en déduire l'existence d'une asymptote à la courbe représentative de f ? Si oui préciser laquelle.

3. a. Montrer que la dérivée de f est définie par $f'(x)=(-x^2+1)\mathrm{e}^{-x}$.

b. Étudier alors les variations de f suivant les valeurs de x. Dresser le tableau de variations de f.

4. a. Montrer que, sur l'intervalle $[1\,;\,3]$, l'équation $f(x)=1$ admet une solution α unique.

b. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

5. En fait la représentation graphique de la fonction f est la courbe $(\mathscr{C})$ dessinée dans la **partie A**.

a. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x)=\left(-x^2-4x-5\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

Calculer $g'(x)$.

b. Calculer $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$. Donner la valeur exacte puis une valeur approchée par excès à 10^{-2} près.

c. Interpréter graphiquement le résultat précédent.