

∞ Baccalauréat ES Amérique du Nord juin 1996 ∞

EXERCICE 1

5 points

Commun à tous les candidats

Le seuil maximum d'alcoolémie toléré pour conduire une automobile est 0,5 gramme par litre. Un laboratoire a mis au point un éthylotest. Théoriquement, celui-ci devrait être positif si et seulement si la personne testée a une alcoolémie strictement supérieure au seuil toléré. Mais il n'est pas parfait :

- lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, l'éthylotest est positif 96 fois sur 100.
- lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré, l'éthylotest est positif 3 fois sur 100.

On suppose que ces résultats portent sur un échantillon suffisamment important pour qu'ils soient constants. Dans une région donnée, 95 % des conducteurs d'automobile ont un seuil d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré.

On soumet, au hasard, un automobiliste de cette région, à l'éthylotest. On définit les événements suivants :

P : l'éthylotest est positif;

N : l'éthylotest est négatif;

S : le conducteur a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré;

I : le conducteur a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré.

1. Que valent $P(I)$, $P(P/S)$, $P(P/I)$?
2. Quelle est la probabilité pour que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré?
3. Quelle est la probabilité pour qu'il ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, et que l'éthylotest soit positif?
4. a. Calculer $p(P \cap I)$, puis $p(P)$.
b. Quelle est la probabilité pour qu'il ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, sachant que l'éthylotest est positif?
5. Quelle est la probabilité pour que l'éthylotest donne un résultat erroné?

EXERCICE 2

5 points

Enseignement obligatoire

Le tableau suivant donne les indices du coût de la construction pour la période 1981-1990.

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
Rang de l'année t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Indice I_i	648	718	766	811	837	864	890	915	927	950

(INSEE : moyenne des relevés trimestriels arrondie à l'unité près)

1. Représenter par un nuage de points $M_i(t_i; I_i)$ la série statistique $(t; I)$. On utilisera un plan muni d'un repère orthogonal, avec pour unités graphiques :
2 cm pour représenter 1 année, sur l'axe des abscisses;
5 cm pour 100 points d'indice, sur l'axe des ordonnées.
L'intersection des axes de coordonnées correspond au point de coordonnées (0 ; 600).
2. On pose $\ln t_i = x_i$ et $\ln I_i = y_i$ (\ln désigne le logarithme népérien).

a. Recopier, en le complétant, le tableau suivant :

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i			1,10	1,39	1,61	1,79	1,95	2,08	2,20	
y_i		6,58		6,70	6,73			6,82		6,86

(On donnera, pour chaque valeur, son arrondi à 10^{-2} près). Calculer à 10^{-2} près le coefficient de corrélation de x et y .

b. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite de régression D de y en x sous la forme $y = mx + p$; on donnera les valeurs arrondies de m et p à 10^{-2} près.

c. Dédire du 2. b une prévision de l'indice 1996 du coût de la construction (à une unité près).

N. B. Le détail des calculs de r, m, p n'est pas demandé.

EXERCICE 2

5 points

Enseignement de spécialité

Au cours de ses deux premières années de publication, le nombre d'abonnés à un journal mensuel a été en progression arithmétique. Chaque mois, 400 lecteurs supplémentaires se sont abonnés. Au bout de 24 mois de publication, 21 200 abonnements ont été souscrits.

On notera u_n le nombre d'abonnés au bout de n mois de publication.

- Vérifier que le nombre u_1 d'abonnés à la fin du premier mois de publication de ce journal, était de 12 000 personnes.
- Calculer le nombre d'abonnés au bout de 12 mois de publication.
En déduire le pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnements souscrits lors de la deuxième année.
- Douze numéros sont édités par an. Calculer le nombre total de journaux adressés par voie d'abonnement, au cours des deux premières années de publication.
- Le journal modifie sa politique commerciale. Le nombre des abonnés augmente de 40 % au cours de la troisième année.

On suppose que le taux de croissance mensuel du nombre d'abonné est constant au cours de la troisième année. Calculer ce taux.

On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale approchée par excès à 10^{-3} près.

PROBLÈME

10 points

Commun à tous les candidats

Enseignement obligatoire

Le plan P est rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 2,5 cm sur l'axe de ordonnées; le point O est choisi en bas et à gauche de la feuille).

A. Étude et représentation graphique d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[4; 10]$ par

$$f(x) = 8 \frac{\ln(x+2)}{x+2}$$

(\ln désigne la fonction logarithme népérien).

On appelle \mathcal{C} la courbe représentative de f dans P .

- Déterminer la fonction dérivée f' de f . Étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variations.
- Tracer \mathcal{C} . Les points de \mathcal{C} d'abscisses 4, 6 et 10 seront placés avec précision.

B. Équilibre d'un marché

La fonction de demande d'un bien, exprimée en francs, est f . La fonction d'offre, g , de ce bien, exprimée en francs par unité, est définie sur l'intervalle $[4; 10]$ par

$$g(x) = (x - 3)\ln 2.$$

x exprime la quantité produite en milliers d'unités.

1. En le recopiant, compléter le tableau suivant; les résultats seront donnés en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.

x	4	6	10
$f(x)$			
$g(x)$			

2. Dans le plan P , tracer la droite Δ représentant g .
3. On admet que les courbes Δ et \mathcal{C} admettent un unique point d'intersection, E. Déduire du B. 1, la quantité x_E d'équilibre du marché?
Quel est, au centième près, y_E prix par unité à l'équilibre du marché?

C. Calcul d'aire

On note D l'ensemble des points M du plan, de coordonnées $(x; y)$, vérifiant

$$\begin{cases} 4 & \leq x \leq 6 \\ 3\ln 2 & \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

1. Hachurer D sur la figure.
2. Calculer l'aire \mathcal{A} de D . On donnera une valeur décimale approchée de \mathcal{A} en unités d'aire, à 10^{-3} près.