

⌘ Baccalauréat ES Amérique du Sud décembre 1995 ⌘

EXERCICE 1

6 points

Le tableau ci-dessous donne l'indice des prix en France de 1950 à 1990.

Année	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
Rang de l'année : x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Indice : y	100	131	176	212	262	400	658	1 040	1 211

Source : *Quid 1995*.

(Tous les résultats demandés seront arrondis à 10^{-4} près.)

1. a. Représenter graphiquement le nuage de points $M(x; y)$.
On prendra pour origine du repère le point correspondant à $x = 0$ et $y = 100$.
1 cm pour 5 années en abscisses.
1 cm pour 100 points d'indice en ordonnées.
- b. Expliquer pourquoi on ne peut pas envisager un ajustement linéaire de cette série statistique.
2. On pose $t = \ln y$ (\ln désigne le logarithme népérien).
 - a. Donner le tableau de la nouvelle série statistique $(x; t)$.
 - b. Représenter le nuage de points $P(x; t)$.
On prendra pour origine du repère le point correspondant à $x = 0$ et $t = 0$.
1 cm pour 5 années en abscisses.
1 cm pour 1 unité en ordonnées.
3. (Pour les résultats suivants, le détail des calculs n'est pas demandé.)
 - a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et t .
Que peut-on en déduire?
 - b. Déterminer une équation de la droite de régression de t en x par la méthode des moindres carrés.
Construire cette droite sur le graphique.
 - c. En supposant que la tendance ne change pas, donner une estimation de l'indice des prix en 1993.

EXERCICE 2

4 points

On considère un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On désigne par P_i la probabilité d'apparition de la face numérotée i lors d'un lancer du dé.

Ces probabilités vérifient les trois conditions suivantes :

- P_1, P_3, P_5 sont, dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $\frac{1}{8}$.
- P_2, P_4, P_6 sont, dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
- $3P_1 = 2P_2$.

1. Exprimer tous les P_i en fonction de P_1 .

En déduire la valeur de P_1 . Vérifier que $P_6 = \frac{1}{24}$.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair lors d'un lancer du dé?
3. On lance le dé 6 fois de suite.
 - a. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois le nombre 6?

- b. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le nombre 6?
(Ces deux résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 10^{-4} près.)

PROBLÈME**10 points****Partie I**

On désigne par g la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = 1 - xe^{-x}.$$

1. Soit g' la fonction dérivée de la fonction g . Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'(x) = (x-1)e^{-x}$.
2. Étudier le sens de variation de la fonction g et dresser le tableau de variations. (Les limites de g aux bornes de \mathbb{R} ne sont pas demandées).
3. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie II

On désigne par f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x + 2 + (x+1)e^{-x}.$$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 2 cm).

1. a. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
b. f' désignant la fonction dérivée de f , calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = g(x)$.
c. En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation.
2. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe (C).
Préciser la position de la courbe (C) par rapport à cette asymptote.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $[-2; -1]$.
À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} .
4. Tracer (D) et (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Partie III

1. Soit H la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$H(x) = (-x-2)e^{-x}.$$

Démontrer que H est une primitive sur \mathbb{R} de la fonction h définie par

$$h(x) = (x+1)e^{-x}.$$

2. Soit λ un nombre réel strictement positif.
Exprimer en fonction de λ l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \lambda$. Quelle est la limite de cette aire quand λ tend vers $+\infty$?