

∞ Baccalauréat mathématiques élémentaires ∞
Amérique latine octobre 1964

I.

On considère, dans le plan rapporté à un repère orthonormé, un cercle (C) ayant pour centre le point A de coordonnées $(a; 0)$ et pour rayon a ($a > 0$). On appellera B le point de coordonnées $(2a; 0)$.

1. Écrire l'équation du cercle (C).
Si P est un point de ce cercle, tel que

$$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AP}\right) = \theta + 2k\pi,$$

exprimer, en fonction de θ , les coordonnées du point P et écrire l'équation de la tangente en P au cercle (C).

2. Soit M un point du plan, distinct de O, de coordonnées x, y , et soit P le point, autre que O, où la droite OM recoupe le cercle (C).

Calculer, en fonction de x et y , les coordonnées, x_1, y_1 du point P, ainsi que les coordonnées, X, Y , du point M' symétrique de M par rapport à P.

On appellera T la transformation qui, à un point M du plan, fait correspondre le point M' défini ci-dessus.

Quels sont les points qui se transforment en O?

Soit (Γ) leur ensemble. Pour tout point n'appartenant pas à (Γ) , la transformation T est-elle réciproque?

On considérera désormais que le point O est transformé, par la transformation T , en un point quelconque de (Γ) .

3. Quels sont les points invariants dans la transformation T ?
Comment se transforme un point de l'axe Oy (distinct de O)?
Comment se transforme une droite passant par O?
Comment se transforme un cercle de centre B?

4. Comment se transforme un cercle passant par O et B?
Comment se transforme un cercle passant par O?

5. Quelle est l'équation de la courbe transformée de la droite $x = 4a$?
Résoudre cette équation par rapport à y^2 ; étudier les variations de $z = y^2$; en déduire celles de y et construire la courbe.