Baccalauréat A1 Amiens [1] juin 1994

EXERCICE **5 points**

Un joueur de tennis effectue une mise en jeu. Pour cela, il a droit à deux tentatives : un premier service suivi, s'il n'est pas réussi, d'un second service.
La probabilité pour que le premier service réussisse est égale à $\dfrac{2}{3}$.

S'il a échoué, la probabilité pour que le deuxième service réussisse est égale à $\dfrac{4}{5}$.
Lorsque les deux services échouent, il y a « double faute », sinon, la mise en jeu est réussie.

1. **a.** Donner la probabilité pour que le second service ne soit pas réussi, sachant que le premier service n'est pas réussi.

   b. Montrer que, sur une mise en jeu, la probabilité pour que ce joueur fasse une double faute est égale à $\dfrac{1}{15}$.

   c. En déduire la probabilité pour que la mise en jeu soit réussie.

2. Ce joueur fait un pari avec un de ses camarades.
   Il effectue 10 mises en jeu successives (de manière indépendante).

   a. Calculer en fonction de k ($k \in \{0, 1, \ldots, 10\}$) la probabilité p_k pour que le joueur réussisse k mises en jeu.

   b. S'il réussit 10 ou 9 mises en jeu, il gagne 10 F par mise en jeu réussie.
   Sinon, il perd 50 F.
   Soit X la variable aléatoire représentant la somme gagnée (comptée positivement), ou perdue (comptée négativement), par ce joueur.
   - Calculer : $p(X = 100)$;
   $p(X = 90)$;
   $p(X = -50)$.
   - Calculer l'espérance mathématique $\text{E}(X)$.

PROBLÈME **10 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Études graphiques

On donne ci-après la représentation graphique, $\mathscr{C}$, d'une fonction g et dérivable sur $]0~;~+\infty[$.
A et B sont les points de $\mathscr{C}$ de coordonnées respectives : $\left(\text{e}^{\frac{3}{4}}~;~0\right)$ et $\left(\text{e}^{\frac{7}{4}}~;~4\text{e}^{-\frac{7}{4}}\right)$.
L'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont des asymptotes à $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}$ admet au point B une tangente de vecteur directeur $\vec{\imath}$.

1. Résoudre graphiquement :

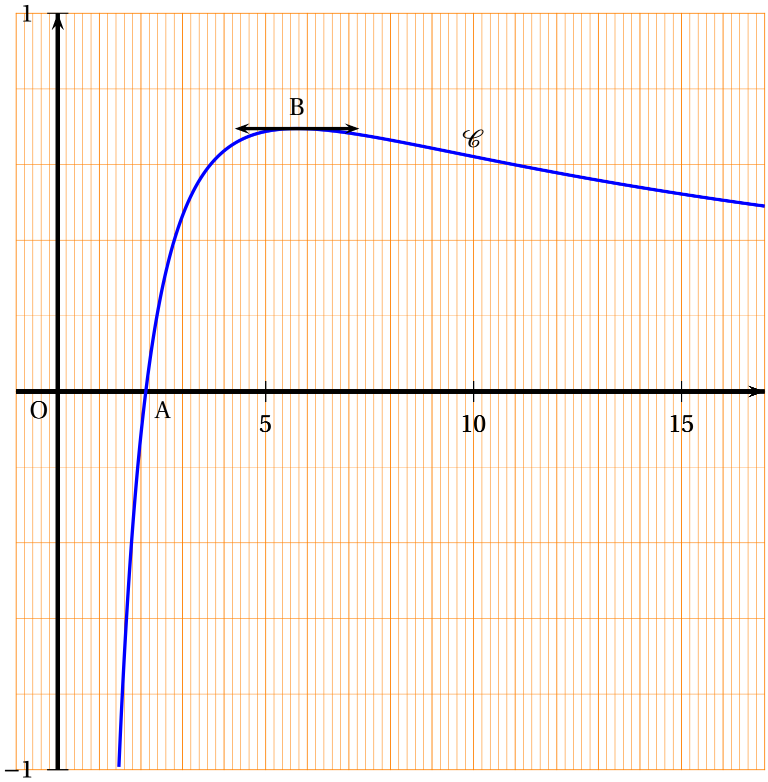
   a. $g(x) = 0$.

   b. $g(x) \leqslant 0$.

   c. $g'(x) = 0$.

   d. $g'(x) \geqslant 0$.
   (g' désigne la fonction dérivée de g).

1. Créteil-Lille-Paris-Rouen-Versailles



2. Soit φ une primitive de g sur $]0~;~+\infty[$, c'est-à-dire que : pour tout x de $]0~;~+\infty[$, $\varphi'(x) = g(x)$.
   Déterminer le sens de variation de φ sur $]0~;~+\infty[$.

Partie B

Étude d'une fonction *f*

Parmi les primitives de g, l'une d'entre elles prend la valeur 0 pour $x = \text{e}$.
On la note f. Elle est définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 2(\ln x)^2 - 3\ln x + 1.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0.
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   (On pourra mettre $(\ln x)^2$ en facteur.)
2. Calculer $f'(x)$, puis déterminer les variations de f sur $]0~;~+\infty[$.
3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
5. Construire la courbe Γ représentative de f dans le plan P muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 3 cm).