

∞ **Baccalauréat Mathématiques Antilles–Guyane** ∞
septembre 1955

I.

1^{er} sujet

Équation de l'ellipse rapportée à ses axes de symétrie.

I.

2^e sujet

Intersection d'une droite et d'une ellipse définie par un foyer et le cercle directeur associé.

I.

3^e sujet

Théorèmes de Poncelet dans le cas de la parabole.

II.

On considère un triangle ABC, de côtés a, b, c , de périmètre $2p$, d'aire S . On désigne par h la hauteur AH issue de A et par R le rayon du cercle circonscrit.

1. Évaluer en fonction des angles B et C le rapport

$$u = \frac{h}{a}.$$

Montrer que $\cos(B - C) = 2u \sin A - \cos A$.

Déterminer les angles B et C, connaissant l'angle A et la valeur de u .

Discuter, en supposant que A est donné et que u est un paramètre.

2. Calculer les angles B et C, sachant que $B - C = \frac{\pi}{4}$ et $u = \frac{1}{2}$.

On donnera les valeurs de B et de C mesurées en radians.

3. Utilisant les expressions

$$S = \frac{1}{2}ah \quad \text{et} \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

trouver la relation $f(a, b, c, u) = 0$ (où f est un polynôme bicarré en a) qui existe entre les côtés a, b, c et le rapport u . On suppose donnés b, c et u positifs.

Montrer que l'on peut déterminer a si $u \leq \frac{bc}{|b^2 - c^2|}$.

Soit $v = \frac{bc}{|b^2 - c^2|}$. On suppose b constant et c variable.

Étudier les variations de v , fonction de c , quand c varie de 0 à $+\infty$.

Construire la courbe représentative en prenant le cm comme unité et

$b = 2$ cm.

4. On suppose que le triangle ABC vérifie la relation $u = v$. Soit O le milieu de BC. Démontrer que

$$AB \cdot AC = 2AH \cdot OH.$$

En déduire que $OH = R$.

- a.** Utilisant cette dernière égalité, établir que la hauteur AH est tangente en A au cercle circonscrit au triangle ABC.

On prend pour axes de coordonnées un axe $X'OX$ de support BC et un axe $Y'OY$ perpendiculaire.

Déterminer le lieu de A par son équation, les points B et C étant supposés fixes.

- b.** On considère le cercle de diamètre BC et le cercle (Γ) de centre A qui partage le cercle de diamètre BC en deux arcs égaux.

Quel est l'axe radical du cercle (Γ) et du cercle circonscrit au triangle ABC?