Baccalauréat ES Antilles–Guyane juin 1994

EXERCICE 1 **5 points**

1. Vérifier que, pourtour x élément de $\mathbb{R} - \{-2\,;\,0\,;\,2\}$, on a :

$$\frac{4}{x\left(x^2-4\right)} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2(x+2)} + \frac{1}{2(x-2)}.$$

2. Trouver une primitive sur $]2\,;\,+\infty[$ de la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = \frac{4}{4\left(x^2-4\right)}.$$

3. À l'aide d'une intégration par parties, calculer :

$$\int_3^4 \frac{8x\ln x}{\left(x^2-4\right)^2}\,\mathrm{d}x.$$

EXERCICE 2 SÉRIE B **5 points**

Les questions 1. et 2. sont indépendantes
On donnera les résultats sous forme décimale arrondie au millième

Voici quelques vers d'un poème de Pablo Neruda :
Parmi les plumes qui effraient, parmi les nuits
Parmi les magnolias, parmi les télégrammes,
Parmi le vent du sud et l'ouest marin,
te voici qui viens en volant.
On recopie chacun des 29 mots de cette strophe (« l' » compte pour un mot) sur un carton que l'on place dans une urne.

a. On tire simultanément et au hasard trois cartons parmi les 29.

i. Calculer la probabilité d'obtenir ensemble les trois mots : « parmi, les, plumes « .

ii. Quelle est la probabilité de tirer au moins une fois le mot « parmi » ?

b. On tire maintenant un seul carton de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir le mot « parmi » ?

On répète l'expérience 3 fois avec remise du carton tiré dans l'urne.

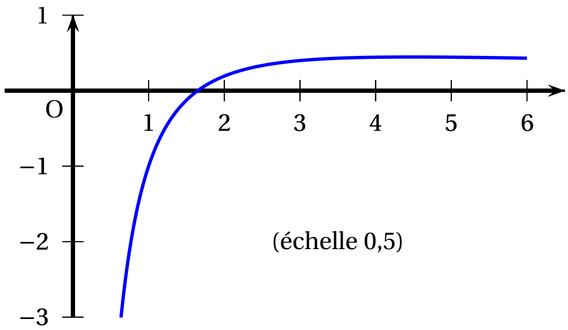
Calculer la probabilité d'obtenir exactement une fois le mot « parmi ».

PROBLÈME **5 points**

Partie A

Le plan est rapporté à un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.
La courbe Γ ci-dessous représente la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,6]$ par :

$$f(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}.$$



a. Déterminer l'abscisse du point d'intersection de Γ et de l'axe des abscisses.

b. Étudier graphiquement sur l'intervalle $]0\,;\,6]$ le signe de $f(x)$.

c. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,6]$ par :

$$F(x) = (\ln x)^2 - \ln x.$$

i. Montrer que F est la primitive de f qui s'annule pour $x = 1$.

ii. Donner l'aire en cm^2 du domaine plan limité par la courbe Γ, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$.
On en donnera une valeur arrondie à l'unité.

Partie B

Dans cette partie, on se propose d'étudier la fonction F définie au A- 3. On désigne par (C) la courbe représentative de F dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ ayant pour unité graphique 2 cm.

a. Déterminer la limite de F en 0.

b. En utilisant la partie A, donner le sens de variation de F puis dresser son tableau de variation.

c. Après avoir factorisé $F(x)$, résoudre l'équation : $F(x) = 0$.
Interpréter graphiquement le résultat.

d. Établir une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

e. Calculer les valeurs approchées à 0,1 près de $F(x)$ pour les valeurs suivantes de x : 0,25 ; 0,5 ; $\sqrt{\text{e}}$; e ; 4 ; 6.

f. Tracer la tangente (T) puis la courbe (C) dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Partie C

Calcul d'aire

1 1 (e-x)

a. Vérifier que, pour tout x de $I =]0\,;\,+\infty[$,

$$\frac{1}{3\left(\text{e}^x - 1\right)} = \frac{1}{3}\left(\frac{\text{e}^{-x}}{1 - \text{e}^{-x}}\right).$$

En déduire une primitive de la fonction définie par $f(x) - 2x$, sur I.

b. i. Soit λ un réel de l'intervalle $J = \left[\dfrac{3}{2}\,;\mathrm{e}^2\right]$.

Montrer que l'aire, en cm^2, de la partie du plan limitée par les deux droites d'équations $x = \ln\dfrac{3}{2}$ et $x = \ln\lambda$, la droite D et la courbe $\mathscr{C}$ est égale à :

$$\frac{25}{3}\left[3\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)\right].$$

ii. Calculer λ pour que cette aire soit égale à $\dfrac{25}{6}$.

(On donnera la valeur exacte de λ, puis une valeur décimale approchée à 10^{-2} près par défaut.)