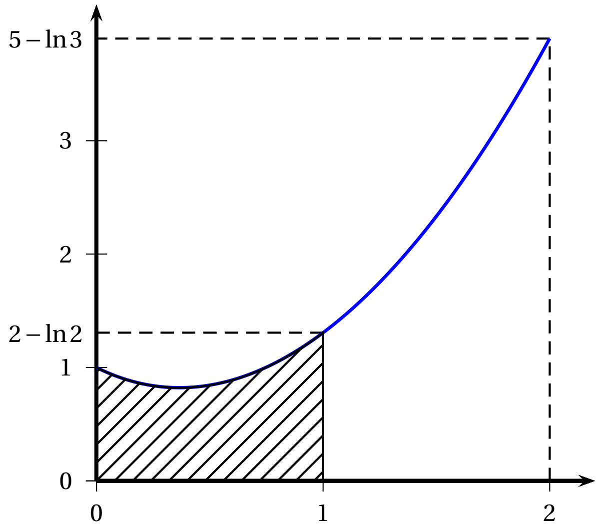
Baccalauréat B Antilles–Guyane septembre 1994

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ ayant comme unités graphiques 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées. La courbe tracée ci-dessous représente une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.



On sait que sur l'intervalle $[0\,;\,2]$, on a :

$$f(x) = x^2 + 1 - \ln(ax + b)$$

où a et b sont deux nombres réels positifs.

1. **a.** En utilisant les points A et B placés sur le graphique montrer que les réels a et b sont solutions du système d'équations :

$$\left\{\begin{array}{lcl} a+b &=& 2\\ 2a+b &=& 3.\end{array}\right.$$

   b. Déterminer alors $f(x)$.

2. Au moyen d'une intégration par parties calculer l'intégrale

$$\int_0^1 \ln(x+1)\,\mathrm{d}x.$$

   Indication : on posera $u'(x) = 1$ et on remarquera que pour $x \neq -1$, on a :

$$\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}.$$

3. Soit $\mathscr{A}$ l'aire en cm^2 du domaine hachuré sur la figure.
   Exprimer la valeur exacte de $\mathscr{A}$ à l'aide notamment d'un logarithme.
   En donner ensuite une valeur approchée.

EXERCICE 2 SÉRIE B **5 points**

On dispose de deux urnes U et V et d'un jeu de 32 cartes ; l'urne U contient trois boules blanches et cinq boules noires, indiscernables au toucher ; l'urne V contient six boules blanches et quatre boules noires, indiscernables au toucher.
Les questions 1. *et* 2. *sont indépendantes.*

1. Une première expérience consiste à tirer une boule de l'urne U puis une boule de l'urne V.

   Calculer la probabilité de tirer :

   a. deux boules noires ;

   b. deux boules de couleurs différentes.

2. On réalise maintenant une deuxième expérience consistant en le tirage d'une carte du jeu suivi du tirage d'une boule dans l'une des urnes.

   Une carte est une figure si c'est un ROI, une DAME ou un VALET. Il y en a douze.

   On tire une carte du jeu ; si cette carte est une figure, on tire une boule de l'urne U.

   Si la carte n'est pas une figure alors on tire une boule de l'urne V.

   On note F l'évènement « la boule provient de l'urne U », G l'évènement « la boule provient de l'urne V » et B l'évènement « la boule tirée est blanche ».

   a. Montrer que $p(B/F) = \dfrac{3}{8}$. En déduire $p(B \cap F)$.

   b. Calculer de même $p(B \cap G)$.

   c. Calculer la probabilité d'obtenir une boule blanche.

PROBLÈME **10 points**

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \ln\left(x^2 + 4x + 3\right).$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe de f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer les limites de f en -1, -3, $+\infty$ et $-\infty$.
2. Calculer la fonction dérivée de f.
3. Déterminer le sens de variation de f et dresser son tableau de variations.
4. Construire $\mathcal{C}_f$.
5. Calculer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
6. Soit la fonction g définie par :

   $$g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x - 1.$$

   a. Calculer la dérivée de g ; en déduire le sens de variation de g ainsi que son tableau de variations.

   b. Montrer que sur l'intervalle $\left[-\dfrac{1}{2} ; 6\right]$ l'équation $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$ admet une solution unique notée α.

   c. Calculer $g(-0,2)$ et $g(-0,1)$ au centième près. Donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α.