

∞ Antilles–Guyane juin 1967 (sujets de secours 2) ∞

**Baccalauréat mathématiques élémentaires et  
mathématiques et technique**

**I.**

Trouver le reste dans la division par 7 du nombre  $65^{346}$ .

**II.**

On considère l'application  $f$  de l'ensemble des réels dans l'ensemble des réels définie par

$$f : x \rightarrow y = \frac{x^2 + 9x + 15}{x^2 + 4x + 5}.$$

1. Étudier les variations de cette fonction.
2. Représenter graphiquement les variations de cette fonction dans un repère orthonormé.

**II.**

Le nombre  $z$  est un nombre réel ou complexe, racine de l'équation

$$(E) \quad (X + 2)z^2 + (2Y - 6)z - X + 10 = 0,$$

dans laquelle  $X \neq 2$ .

$X$  et  $Y$  sont les coordonnées d'un point  $M$  du plan rapporté à un repère orthonormé  $(OX, OY)$ .

1. Montrer que les racines,  $z'$  et  $z''$ , de l'équation  $(E)$  sont réelles, ou complexes, selon la position du point  $M$  par rapport à un cercle,  $(C)$ , que l'on précisera.  
Calculer ces racines quand  $M$  est à l'origine,  $O$ .
2.  $\alpha$  étant un nombre réel donné, on considère les points  $M$  tels que l'équation  $(E)$  admette  $\alpha$  pour racine.  
Démontrer que l'ensemble de ces points  $M$  est une droite,  $(D)$ , tangente au cercle  $(C)$ .
3. Quelle relation existe-t-il entre les racines de  $(E)$  lorsque  $M$  décrit une droite parallèle à l'axe  $OY$ ?  
Étudier de même le cas où  $M$  décrit une droite passant par le point  $A$ , de coordonnées  $(X_0 = -2, Y_0 = 3)$ .
4. Lorsque les racines de  $(E)$  sont complexes, calculer ces racines en fonction de  $X$  et  $Y$ .  
Calculer leur module,  $r$ , en fonction de  $X$ . (On pourra montrer d'abord que ces racines sont conjuguées.)  
Étudier les variations de  $r$  en fonction de  $X$  et construire la représentation graphique de cette fonction.

**N. B.** - Les questions 1., 3. et 4. sont indépendantes.