

∞ Antilles–Guyane juin 1967 (sujets de secours) ∞

**Baccalauréat mathématiques élémentaires et
mathématiques et technique**

Sujets de secours

I.

Soit, en numération de base a (a supérieur à trois) le nombre $N = 1320$.

1. Montrer que ce nombre est divisible par a , $a + 1$, $a + 2$ et se met sous la forme $a(a + 1)(a + 2)$.
2. Pour quelles valeurs de a est-il divisible par $(a - 1)$?
3. En prenant pour valeur de a la plus petite de celles trouvées en 2., décomposer N en produit de facteurs premiers.

II.

1. Résoudre l'équation $\cos 2x - 4 \sin x = 0$.
2. Donner les résultats approchés, en degrés, minutes et secondes, avec la précision de la table de logarithmes.

III.

Soit la fonction rationnelle

$$y = \frac{x^2 + x - 4}{x^2 - 1}.$$

1. **a.** Étudier cette fonction et tracer la courbe représentative, (C), dans un système d'axes cartésien.
b. Préciser en fonction de m le nombre des racines de l'équation

$$(1 - m)x^2 + x + m - 4 = 0.$$

2. **a.** Dans le cas où la droite d'équation $y = m$ coupe (C) en deux points, K_1 et K_2 montrer que les projections, M_1 et M_2 de ces deux points sur l'axe $x'x$ restent conjuguées harmoniques par rapport à deux points fixes, A et B, dont on précisera les positions.
b. On considère le cercle (Γ) de diamètre M_1M_2 .
Montrer que, lorsque m varie, l'ensemble des cercles (Γ) est un faisceau, dont on précisera les caractéristiques.
3. Montrer que y peut se mettre sous la forme

$$y = a + \frac{b}{x - 1} + \frac{c}{x + 1}.$$

Calculer a , b et c ; en déduire l'aire de la surface comprise entre la courbe, l'axe $x'x$ et les droites parallèles à $y'y$ définies par $x = 3$ et $x = 6$.

[Unité d'aire : aire du carré, ou rectangle, construit sur les vecteurs unités choisis pour tracer la courbe (C).]

N. B. - Les questions 2. et 3. sont indépendantes.