Baccalauréat ES Antilles-Guyane juin 1997

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Inde	Koweït	Mauritanie	France	Ghana	Congo	Vénézuéla	Japon	Madagascar
X_i	25,7	69,6	17	98,7	42,8	55,4	87,8	100	61,6
Y_i	95	34	127	7,7	90	73	25,1	5	120

D'après Les Chiffres du Monde Universalis - 1990

Dans le tableau ci-dessus, i désigne le numéro de l'observation, X_i désigne le taux d'alphabétisation des femmes (%) et Y_i désigne le taux de mortalité infantile (‰).

1. Construire le nuage de points associé à cette série statistique double, (On prendra 1 cm pour 10 % en abscisse et 1 cm pour 10 ‰ en ordonnée).

   Dans les questions suivantes, le détail des calculs n'est pas demandé.

2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(X_i,\ Y_i)$ avec $1 \leqslant i \leqslant 9$, puis celui de la série $(X_i,\ Y_i)$ avec $1 \leqslant i \leqslant 8$.
   Pour laquelle de deux séries un ajustement affine est-il le plus approprié ? Justifier la réponse.
   Dans la suite on élimine les données concernant Madagascar en considérant la série $(X_i,\ Y_i)$ avec $1 \leqslant i \leqslant 8$.
3. Déterminer une équation de la droite de régression linéaire de Y en X. Tracer cette droite. Donner le résultat à 10^{-2} près par défaut.
4. Si on appliquait le modèle précédent à un pays où le taux d'alphabétisation des femmes est de 61,6 %, quel taux de mortalité infantile le calcul donnerait-il ?
   Le résultat sera donné à 10^{-1} près,

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Une grave maladie affecte le cheptel bovin d'un certain pays, On estime 7 % des bovins atteints, On vient de mettre au point un test pour diagnostiquer la maladie, on a établi que :

— quand un animal est malade, le test est positif dans 87 % des cas ;

— quand un animal n'est pas malade, le test est négatif dans 98 % des cas.

On note F l'évènement « être malade »et T l'évènement « avoir un test positif ».

1. Calculer la probabilité des trois évènements suivants :
   a. « F et T » ;
   b. « $\overline{F}$ et $\overline{T}$ » ;
   c. « F et $\overline{T}$ ».
2. En déduire la probabilité de T.
3. Quelle est la probabilité pour qu'un animal ayant un test négatif soit malade ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Dans une urne se trouvent :
cinq boules marquées du numéro 10 ;
quatre boules marquées du numéro 15 ;
trois boules marquées du numéro 20,
On tire simultanément trois boules de cette urne, Les tirages sont supposé équiprobables,

1. Déterminer la probabilité des évènements suivants :
   A : « on tire au moins une boule marquée 15 » ;
   B : « ont tire trois boules portant trois numéros différents » ;
   C : « on tire trois boules portant le même numéro » ;
   D : « parmi les trois boules tirées, deux exactement portent le même numéro ».
2. Il faut payer 51 francs pour effectuer un tirage de trois boules, et chaque tirage rapporte en francs la somme des points marqués.
   Montrer que la probabilité d'être gagnant est de $\dfrac{13}{220}$.
3. On effectue cinq tirages successifs de trois boules en remettant les trois boules dans l'urne après chaque tirage.
   Déterminer la probabilité d'être gagnant exactement trois fois. Donner le résultat à 10^{-3} près par excès.

PROBLÈME **11 points**

Enseignement de spécialité

1. Soit P le polynôme tel que
$$P(x) = 3x^3 - 2x^2 - 1.$$
   Vérifier que $P(x) = (x-1)\left(3x^2 + X + 1\right)$ puis étudier le signe de $P(x)$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
2. Soit g la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par
$$g(x) = x^3 - x^2 + 1 - \ln x.$$
   étudier le sens de variation de g sur $]0~;~+\infty[$. Les limites ne sont pas demandées.
   En déduire que pour tout $x \in]0~;~+\infty[$, $g(x) > 0$.
3. La fonction f est définie sur $]0~;~+\infty[$ par
$$f(x) = 2\frac{\ln x}{x} + x^2 - 2x + 3.$$
   a. étudier les limites de f en zéro et en l'infini.
   b. Calculer la fonction dérivée de f et exprimer $f'(x)$ à l'aide de $g(x)$. En déduire le sens de variation de f.
   c. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[0,2~;~4]$ une solution unique α ; déterminer la valeur décimale approchée de α à 10^{-1} près par défaut.
4. Soit un repère $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unités : 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).
   Soit P la courbe d'équation $y = x^2 - 2x + 3$ et soit C la courbe représentative de la fonction f dans ce repère.
   a. Calculer $f(x) - \left(x^2 - 2x + 3\right)$. En déduire la limite quand x tend vers l'infini de $f(x) - \left(x^2 - 2x + 3\right)$.
   Que peut-on en déduire pour les courbes P et C ?
   b. étudier les positions relatives de P et C.
   c. Déterminer une équation de la tangente T à C au point A d'abscisse 1.
   d. Tracer P, T et C.
5. **a.** En remarquant que $\dfrac{\ln x}{x}$ peut s'écrire $\dfrac{1}{x}\ln x$, déterminer une primitive de la fonction $x \longmapsto 2\dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0~;~+\infty[$.
   b. Calculer l'aire, en cm^2, de la partie du plan comprise entre les courbe C et P et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$.