Baccalauréat ES Antilles juin 2003

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans cette partie, on étudie la répartition des étudiants dans les différentes filières universitaires en fonction de la Catégorie Socio-Professionnelle (CSP) de leurs parents. Les catégories socio-professionnelles retenues sont :

CSP A : cadre supérieur, cadre moyen, profession libérale, patron de l'industrie et du commerce.

CSP B : ouvrier, employé, personnel de service, ouvrier agricole.

CSP C : agriculteur exploitant.

CSP D : autre.

Les différentes filières universitaires sont regroupées en :

Type S : sciences, santé.

Type L : Lettres. Type E économie et droit.

Type I : IUT et autres.

Tableau 1 : Répartition en pourcentage des étudiants dans les différentes filières en fonction de la CSP de leurs parents.

	CSP A	CSP B	CSP C	CSP D	Total
Type S	64,7 %	17,5 %	4,5 %	13,3 %	100 %
Type L	51,2 %	24 %	4,2 %	20,6 %	100 %
Type E	54,2 %	26 %	4,5 %	15,3 %	100 %
Type 1	49 %	31,3 %	7,4 %	12,3 %	100 %
Toutes filières confondues	56,7 %	22,7 %	4,7 %	15,9 %	100 %

1. **a.** Donner la probabilité qu'un étudiant choisi au hasard parmi ceux qui suivent des études d'économie ou de droit ait ses parents classés dons la CSP A.

   b. Donner la probabilité qu'un étudiant choisi au hasard dans la population globale des étudiants ait ses parents exploitants agricoles.

   Tableau 2 : Probabilité qu'un étudiant choisi ou hasard dans l'ensemble des étudiants soit dans les diverses filières.

	Type S	Type L	Type E	Type I
Probabilité	0,369	0,298	0,249	0,084

2. On choisit un étudiant au hasard dans la population globale des étudiants.

   Soit A l'évènement : l'étudiant choisi a ses parents dans la CSP A. On définit de même les évènements B, C et D.

   Soit S l'évènement : l'étudiant est dans la filière de type S. On définit de même les évènements L, E et I.

   Les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

   a. Calculer la probabilité de l'évènement $E \cap A$.

   b. L'étudiant choisi a ses parents dans la CSP A. Quelle est la probabilité pour qu'il suive des études d'économie ou de droit ?

   c. L'étudiant choisi a ses parents dans la CSP B. Quelle est la probabilité pour qu'il suive des études d'économie ou de droit ?

EXERCICE 2 **5 points**

(candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés.

La production nette d'électricité nucléaire en France, en milliards de kWh est donnée par le tableau suivant :

Année x_i	85	90	95	96	97	98	99
Production y_i	213	298	359	378	376	368	382

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal : sur l'axe des abscisses, on placera 84 à l'origine et on choisira 1 cm pour 1 an. Sur l'axe des ordonnées, on placera O à l'origine et on choisira 1 cm pour 20 milliards de kWh.

a. Représenter le nuage des points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

b. Quelles sont les coordonnées du point moyen G ?

c. Placer G.

2. Ajustement affine

a. En utilisant la méthode des moindres carrés, donner une équation de la droite de régression de y en x. Les coefficients seront arrondis au centième.

b. Tracer cette droite sur le graphique. Expliquer la méthode utilisée pour le tracé.

3. Estimation de production

a. En supposant que le modèle affine reste valable jusqu'en 2020, estimer à l'aide de ce modèle, au milliard de kWh près, la production d'électricité nucléaire en France en 2020.

b. On pose $X = \ln(x)$. L'équation de la droite de régression de y en X obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 1\,119X - 4\,745$.

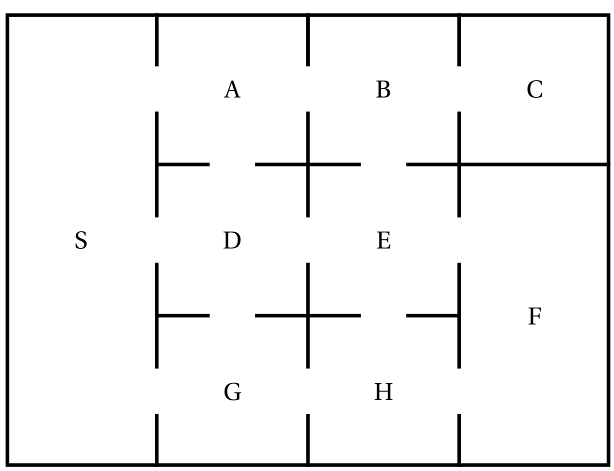
En supposant que le modèle logarithmique reste valable jusqu'en 2020, estimer à l'aide de ce modèle, au milliard de kWh près, la production d'électricité nucléaire en France en 2020.

EXERCICE 2 **5 points**

(Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

I- Un musée est constitué de 9 salles notées A, B, C, D, E, F, G, H et S.

Le plan du musée est représenté ci-dessous :



Ainsi, un visiteur qui se trouve dans la salle S peut atteindre directement les salles A, D ou G. S'il se trouve dans la salle C, il peut se rendre directement dans la salle B, mais pas dans la salle F.
On s'intéresse au parcours d'un visiteur dans ce musée. On ne se préoccupe pas de la manière dont le visiteur accède au musée ni comment il en sort. Cette situation peut être modélisée par un graphe, les sommets étant les noms des salles, les arêtes représentant les portes de communication.

1. Dessiner un graphe modélisant la situation décrite.
2. Est-il possible de visiter le musée, en empruntant chaque porte une fois et une seule ? Justifier en utilisant un théorème du cours sur les graphes.
3. Pour rompre une éventuelle monotonie, le conservateur du musée souhaite différencier chaque salle de sa ou des salles voisines (c'est-à-dire accessibles par une porte) par la moquette posée au sol. Quel est le nombre minimum de types de moquettes nécessaires pour répondre à ce souhait ? Justifier.

II - On note M la matrice à 9 lignes et 9 colonnes associée au graphe précédent, en convenant de l'ordre suivant des salles S, A, B, C, D, E, F, G, H. Le graphe n'étant pas orienté, comment cela se traduit-il sur la matrice ?

III - On donne la matrice :

$$M^4 = \begin{pmatrix} 18 & 12 & 11 & 2 & 20 & 12 & 6 & 12 & 12 \\ 12 & 20 & 3 & 6 & 11 & 20 & 5 & 18 & 5 \\ 11 & 3 & 16 & 0 & 19 & 3 & 8 & 4 & 12 \\ 2 & 6 & 0 & 3 & 1 & 7 & 1 & 4 & 1 \\ 20 & 11 & 19 & 1 & 31 & 9 & 11 & 12 & 19 \\ 12 & 20 & 3 & 7 & 9 & 28 & 9 & 20 & 9 \\ 6 & 5 & 8 & 1 & 11 & 9 & 9 & 8 & 9 \\ 12 & 18 & 4 & 4 & 12 & 20 & 8 & 20 & 6 \\ 12 & 5 & 12 & 1 & 19 & 9 & 9 & 6 & 17 \end{pmatrix}$$

1. Combien y-a-t-il de chemins qui en 4 étapes, partent de D et reviennent à D ?
2. Combien y-a-t-il de chemins qui en 4 étapes, partent de S et reviennent à C ? Les citer.
3. Est-il toujours possible de joindre en 4 étapes deux salles quelconques ? Justifier.

PROBLÈME **10 points**
Commun à tous les candidats

Le but du problème est la recherche du meilleur moment de revente d'une machine-outil en tenant compte de sa valeur marchande ainsi que du coût de son entretien. On étudie dans la **partie A**, deux fonctions qui contribuent à la résolution du problème traité dans les **parties B** et **C**. Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : étude de fonctions

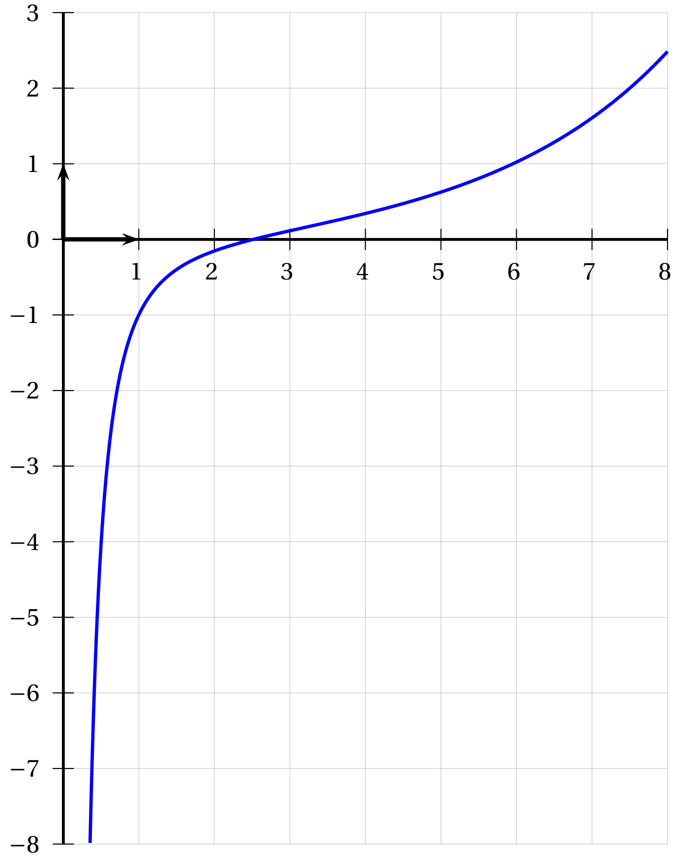
1. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par

$$f(x) = 10 - 10\mathrm{e}^{-0,2x} + \mathrm{e}^{0,5x}.$$

   a. Calculer la limite de f en $+\infty$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}_+$ et dresser son tableau de variations.
   Préciser les limites en 0 et en $+\infty$.

2. Soit la fonction g définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

On donne une partie de la courbe représentative de la fonction g' dérivée de la fonction g



Soit A le point d'intersection de cette courbe avec l'axe des abscisses. On prendra 2,5 comme valeur approchée de l'abscisse de A. Comme le suggère le graphique, on admet que la fonction g' reste négative entre 0 et 2,5.

a. En utilisant ce graphique, déterminer les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,8]$.

b. En déduire une valeur approchée du minimum de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,8]$.

Partie B : dépréciation d'un matériel

Toutes les valeurs marchandes sont exprimées en milliers d'euros, et on suppose raisonnable de négliger les variations monétaires. Une machine-outil achetée neuve, coûte 10 milliers d'euros.
Au bout d'un an, son prix de revente a diminué de 18 % et on admet qu'il en est ainsi chaque année.

1. Quel est le prix de revente en milliers d'euros au bout de 3 années ?
2. On note v_n le prix de revente de la machine au bout de n années, en milliers d'euros.

   a. Exprimer v_n en fonction de n.

   b. Déterminer par le calcul, le nombre d'années à partir duquel le prix de revente de la machine sera inférieur ou égal à 1,5 millier d'euros. Expliquer la méthode utilisée.
3. Soit k la fonction définie sur $[0\,;\,8]$ par $k(x) = 10\mathrm{e}^{-0,2x}$. On admet que $k(n)$ est une bonne approximation de v_n pendant les 8 premières années.

   On note I l'intégrale suivante $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^5 k(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Calculer la valeur exacte de I puis en donner une valeur approchée arrondie à l'unité la plus proche.

b. Estimer la valeur moyenne du prix de revente de la machine sur 5 années d'utilisation, puis en donner une valeur approchée.

Partie C : coût total d'un matériel

La machine-outil a un coût d'entretien. On estime qu'il peut être calculé par la fonction E définie sur $[0\,;\,8]$ par $E(x) = \mathrm{e}^{0,5x}$ où x désigne l'âge de la machine en années.

1. Justifier que le coût total d'utilisation de la machine-outil en fonction de son âge, exprimé en milliers d'euros, peut être défini sur $[0\,;\,8]$ par

$$f(x) = 10 - 10\mathrm{e}^{-0,2x} + \mathrm{e}^{0,5x} (f \text{ est la fonction étudiée dans la partie A})$$

2. Exprimer le coût moyen par année d'utilisation, en fonction de l'âge de la machine.
En utilisant les questions précédentes, estimer le meilleur moment pour revendre la machine.