Baccalauréat ES Antilles-Guyane septembre 1995

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne, en fonction de l'année, le montant des prêts d'aide, à l'accession à la propriété (les PAP) en milliers de francs.

Année	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PAP : y_i	127	115	113	93	86	78,1	60	48	38	33

(Source : ministère de l'Équipement, du Logement et des Transports)

1. Représenter le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour un rang sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 000 F sur l'axe des ordonnées.

   Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement linéaire ?
2. Le détail des calculs n'est pas demandé et les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Interpréter le résultat trouvé.
   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. Construire cette droite dans le repère précédent.
3. Si la progression se poursuivait dans les mêmes conditions, à partir de quelle année le montant des prêts PAP deviendrait-il nul ?

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 3x^2 - 5x - 2.$$

   a. Factoriser $f(x)$.
   b. Pour quelle valeur de x, f admet-elle un minimum ?
   Quelle est la valeur minimale de $f(x)$?
   c. Tracer la courbe représentative C de f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. (unités : 3 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.)
2. On pose $b(x) = \dfrac{1}{3x^2 - 5x - 2}$ avec $x \in [0\ ;\ 2[$.
   a. Calculer $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 2 \\ x<2}} b(x)$.
   b. Étudier les variations de b sur l'intervalle $I = [0\ ;\ 2[$.
   c. Tracer la courbe représentative C' de b dans le même repère que C.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Partie A

Un dé cubique A porte inscrits sur ses faces les nombres : $-2, 1, 1, 1, 2n, -n$ (où n est un entier relatif). On suppose qu'à chaque lancer, les faces de A ont la même probabilité d'apparition.

1. On lance une fois le dé A et on note X le nombre obtenu. On définit ainsi une variable aléatoire. Déterminer la loi de probabilité de X :

a. lorsque $n = 3$.

b. lorsque $n = -1$; calculer alors l'espérance mathématique de X.

Dans toute la suite de l'exercice, on donnera à n la valeur -1.

2. On lance A, 6 fois de suite. Déterminer la probabilité d'obtenir 4 fois exactement le nombre 1.

Partie B

Soit B un autre dé cubique dont les faces portent les nombres -3, -2, -1, 1, 2, 3, de telle sorte que les probabilités d'apparition respectives de ces nombres soient six termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $p(-3)$, probabilité d'apparition de la face portant le nombre -3.

1. Déterminer la probabilité d'apparition de chacune des faces de B.

2. On lance le dé A puis de façon indépendante le dé B.
Quelle est la probabilité pour que la somme des nombres obtenus soit égale à -1 ?

N. B. : On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

PROBLÈME **11 points**

Une entreprise fabrique un solvant pour peinture. On désigne par x le nombre de m^3 de solvant produits chaque jour ; $x \in [1\ ;\ 6]$. Le coût total de production de ces x mètres cubes, en milliers de francs (kF) est :

$$C_t(x) = \frac{x^2}{4} + 2,8 + 2\ln x.$$

On cherche à déterminer le prix de vente pour que l'entreprise fasse des bénéfices.

Partie A

Étude de la fonction « coût total « C_t

1. Étudier les variations de C_t sur $[1\,;6]$. (Ces variations pourront être déduites de celles des fonctions $x \longmapsto \dfrac{x^2}{4} + 2,8$ et $x \longmapsto 2\ln x$).

2. a. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$C_t(x)$ à 10^{-1} près											

b. Tracer dans un repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ la représentation graphique C de la fonction C_t (unités : 2 cm pour 1 m^3 et 1 cm pour 1 kF).

Partie B

Étude de la fonction « coût moyen » C_m

Pour une production journalière de x mètres cubes, le coût moyen de production en milliers de francs de 1 m^3 est

$$C_m(x) = \frac{C_t(x)}{x}.$$

1. Écrire $C_m(x)$ en fonction de x.
2. Démontrer que pour tout réel x de $[1\,;\,6]$, $C_m(x)$ a le même signe que $f(x) = x^2 - 3,2 - 8\ln x$.
3. **a.** Étudier les variations de la fonction f sur $[1\,;\,6]$.

   b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α dans $[1\,;\,6]$, puis déterminer une valeur approchée par excès de α à 10^{-1} près.

   Dans la suite du problème, on utilisera cette valeur dans les calculs.

   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur $[1\,;\,6]$.
4. **a.** Étudier les variations de la fonction Cm sur $[1\,;\,6]$.

   b. Quel est le coût minimal de production de 1 m^3 de solvant ? Pour quelle production ?

   c. Comment faut-il choisir le prix de vente de 1 m^3 de solvant pour que l'entreprise puisse faire des bénéfices ?