

☞ Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2002 ☞

EXERCICE 1

6 points

Commun à tous les candidats

Une étude réalisée sur tous les étudiants d'une université a permis d'établir que 30% des étudiants possèdent un ordinateur personnel. Parmi les étudiants possédant un ordinateur, 18% possèdent une automobile.

On sait aussi que 25% des étudiants de l'université ne possèdent pas d'automobile.

On choisit au hasard un étudiant de cette université.

On note :

- O l'évènement : « L'étudiant possède un ordinateur » ;
- A l'évènement : « L'étudiant possède une automobile » ;
- $p(E)$ la probabilité de l'évènement E , ainsi $p(O) = 0,3$;
- \bar{E} l'évènement contraire de l'évènement E ;
- $p_F(E)$ la probabilité conditionnelle de l'évènement E par rapport à l'évènement F .

Pour résoudre cet exercice, on pourra s'aider de la notion d'arbre pondéré. Les résultats seront donnés en écriture décimale et arrondis au millième.

1. À l'aide de l'énoncé, préciser : $p_O(A)$ et $p(\bar{A})$.
2. On choisit au hasard un étudiant de cette université.
 - a. Calculer la probabilité de l'évènement « L'étudiant possède un ordinateur et une automobile ».
 - b. Montrer que la probabilité de l'évènement « L'étudiant possède un ordinateur mais pas d'automobile » est égale à 0,246.
 - c. Calculer la probabilité de l'évènement « L'étudiant ne possède ni ordinateur ni automobile ».
 - d. Calculer la probabilité que l'étudiant possède un ordinateur, sachant qu'il n'a pas d'automobile.
3. On choisit trois étudiants au hasard, indépendamment les uns des autres.
 - a. Calculer la probabilité pour que les trois étudiants choisis possèdent tous un ordinateur.
 - b. Calculer la probabilité pour qu'au moins un des étudiants choisis possèdent un ordinateur.

Exercice 2

5 points

Enseignement obligatoire

Dans une situation de monopole sur la production d'un objet, une entreprise le conditionne et en fait la promotion.

Une statistique a été établie pour étudier la liaison entre production et coût de publicité.

Soit q la quantité produite exprimée en centaines, y la part du coût de publicité en pourcentage.

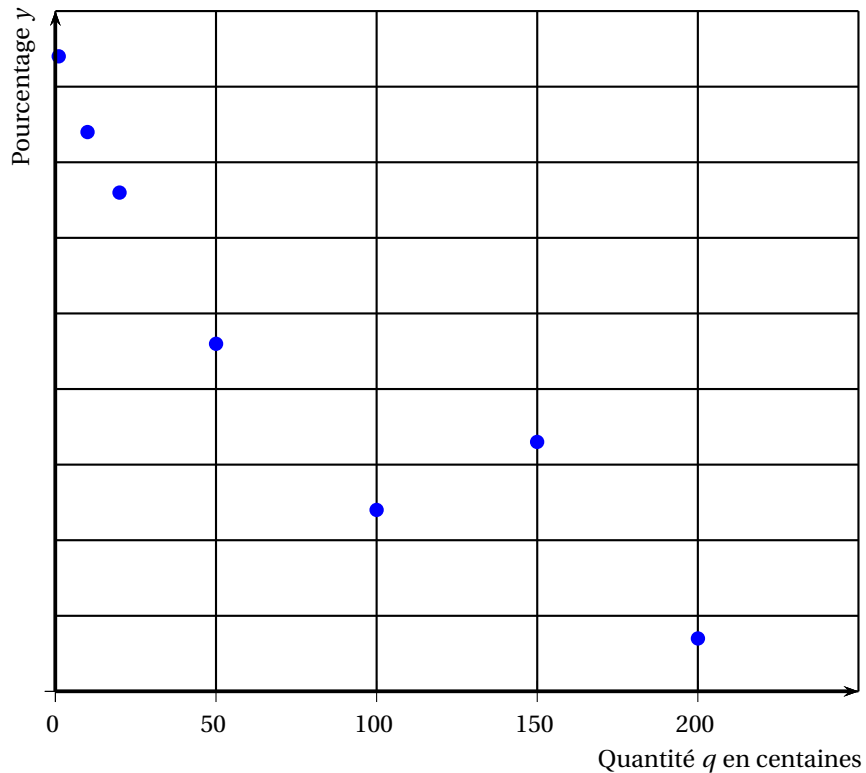
Quantité q_i (centaines)	1	10	20	50	100	150	200
Pourcentage y_i	4,20	3,70	3,30	2,30	1,20	0,65	0,35

Par exemple : Pour une production de 100 objets le coût de publicité est de 4,2% du coût total.

1. Ci-joint en annexe le nuage de points $(q_i ; y_i)$ qui sera rendu avec la copie.
 - a. L'équation de la droite de régression de y en q est : $y = -0,02q + 3,71$ (admis).
Tracer cette droite de régression sur la feuille donnée en annexe représentant le nuage de points.
 - b. Quelle serait la part du coût de la publicité à prévoir pour une production de 25 000 objets?
Que pensez-vous de l'ajustement effectué à la question précédente?

2. On considère un nouveau modèle en posant $z = \ln(100y)$.
- Dresser le tableau des valeurs z_i correspondant aux valeurs q_i .
Les valeurs de z_i seront données sous forme décimale arrondie au centième le plus proche.
 - Représenter le nuage de points $(q_i ; z_i)$ dans un repère (unités graphiques : 1 cm pour 10 centaines en abscisses, 2 cm pour une unité en ordonnées) sur une feuille de papier millimétré.
 - Ce nuage de points montre qu'un ajustement affine est justifié.
Déterminer une équation de la droite de régression de z en q de la forme $z = aq + b$ par la méthode des moindres carrés.
Les calculs faits à l'aide d'une calculatrice ne seront pas justifiés. Les valeurs de a et de b seront données sous forme décimale arrondie au centième le plus proche.
 - Quelle serait la part du coût de la publicité à prévoir pour une production de 25 000 objets?

Annexe à rendre avec la copie



EXERCICE 2**5 points****Enseignement de spécialité**

1. Un capital initial c_0 de 600 euros est placé sur un compte rapportant 5 % d'intérêts annuels. On note c_n le capital acquis au bout de n années (n entier naturel).
 - a. Calculer le capital c_{n+1} en fonction de c_n .
 - b. En déduire l'expression de c_n en fonction de n .
 - c. Trouver le nombre minimal d'années nécessaires pour que le capital ainsi placé ait au moins triplé.
2. Un autre épargnant place également un capital initial de 600 euros au taux annuel de 5 % d'intérêts, et fait un versement supplémentaire de 150 euros à la fin de chaque année. On appelle d_0 le capital initial et d_n le capital ainsi acquis à la fin de la n -ième année.
 - a. Calculer d_1, d_2, d_3 .
 - b. Vérifier que pour tout entier naturel n , $d_{n+1} = 1,05d_n + 150$.
 - c. Soit (v_n) la suite définie par : $v_n = d_n + 3000$.
Calculer v_0 et v_1 .
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 1,05$.
Écrire v_n en fonction de v_0 et de n .
 - d. En déduire d_n en fonction de n .
 - e. À partir de combien d'années le capital d_n aura-t-il au moins triplé ?

PROBLÈME**10 points****Partie A**

Soit f la fonction numérique définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 20]$ par :

$$f(x) = 4 - 3e^{-2x} + 7x^2.$$

1. Démontrer que f est croissante sur $[0; 20]$.
2. Dresser le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0; 20]$.

Partie B

Soit h la fonction définie et dérivable sur $[0; 20]$ par :

$$h(x) = 85 - 6e^{-2x} - 14x.$$

1. a. Démontrer que pour $x \geq 0$ on a $12e^{-2x} < 14$.
b. En déduire le sens de variations de h sur $[0; 20]$ et dresser son tableau de variations.
2. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet sur $[0; 20]$ une solution unique α et que α appartient à l'intervalle $[6; 7]$.
3. Montrer qu'une valeur approchée de α à 10^{-2} près est 6,07.
Dans toute la suite du problème on prendra cette valeur pour α .
4. Déterminer le signe de $h(x)$ sur $[0; 20]$.

Partie C**★ Application économique**

Dans une entreprise, le coût de fabrication, exprimé en milliers d'euro, de x centaines d'appareils est donné par :

$$C(x) = 4 - 3e^{-2x} + 7x^2 \quad \text{pour } x \in [0; 20].$$

1. Sachant qu'un appareil est vendu au prix unitaire de 850 euros, montrer que le bénéfice réalisé par l'entreprise pour x centaines d'appareils produits et vendus, exprimé en milliers d'euros, est donné par l'expression :

$$B(x) = 3e^{-2x} - 7x^2 + 85x - 4.$$

2. **a.** Étudier le sens de variations de la fonction B sur $[0; 20]$.
- b.** Déterminez la quantité à produire et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal; préciser cette quantité à l'unité près.
- c.** Déterminez, à l'aide de la calculatrice, les quantités de pièces à produire et à vendre à l'unité près pour que l'entreprise ne travaille pas à perte (aucune autre justification n'est demandée).