Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2000

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans une entreprise de conception de logiciels pour l'informatique, 20 % des employés ont un diplôme en gestion des affaires. 70 % des diplômés en gestion des affaires ont des postes de cadre, alors que seulement 15 % de ceux qui n'ont pas ce diplôme occupent ces postes.
Le comité d'entreprise organise en fin d'année une loterie pour tout le personnel. Chaque employé reçoit un billet de loterie et un seul.
Tous les billets sont placés dans une urne et on en tire un totalement au hasard.
L'employé gagnant se voit alors offrir un voyage.

1. **a.** Construire un arbre de probabilité décrivant cette situation.
   b. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   G : « L'employé gagnant a un diplôme de gestion des affaires ».
   C : « L'employé gagnant est un cadre de l'entreprise ».
2. Sachant que l'employé gagnant est un diplômé en gestion des affaires, quelle est la probabilité que ce soit un cadre ?
3. Quelle est la probabilité que l'employé gagnant soit un cadre si l'on sait qu'il n'est pas diplômé en gestion des affaires ?
4. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   « L'employé gagnant est cadre et diplômé en gestion des affaires ».
   « L'employé gagnant est cadre et non diplômé en gestion des affaires ».

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans cet exercice, les résultats numériques pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice et seront arrondis à 2 chiffres après la virgule.
Le tableau suivant donne le bénéfice, en millions de francs (MF), obtenu chaque année par une entreprise pour les années 1995 à 1999.

Année	1995	1996	1997	1998	1999
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Bénéfice y_i	10	9	12	8	11

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Que peut-on en déduire quant à la pertinence d'un ajustement affine pour cette série statistique à deux variables ?
2. On considère ensuite la série z_i des effectifs cumulés croissants de la série y_i.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Année	1995	1996	1997	1998	1999
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Bénéfice y_i	10	19			

   b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et z.
   c. Donner une équation de la droite de régression de z en x.
   d. À l'aide des résultats précédents, montrer qu'il est possible de calculer une estimation du bénéfice cumulé pour l'année 2000, puis du bénéfice pour l'année 2000, arrondi à une unité près.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

Une usine produit des appareils ménagers comportant des composants électriques et des pièces mécaniques. Ces appareils peuvent être défectueux. Ces défauts peuvent avoir deux origines, défaut d'origine mécanique, défaut d'origine électrique.
Ces deux défauts sont indépendants et peuvent être simultanés sur un même appareil.
Un suivi statistique de la production journalière permet d'attribuer une valeur de probabilité aux évènements suivants :

- La probabilité, pour un appareil tiré au hasard dans la production journalière, d'être défectueux est de $1,5\times 10^{-3}$.
- Pour un appareil pris au hasard parmi ceux qui sont défectueux, la probabilité pour que l'une des origines de la panne soit due aux composants électriques est égale à 0,7.
- La probabilité, pour un appareil pris au hasard parmi ceux qui ont un défaut électrique, d'avoir aussi un défaut mécanique est de 0,8.

On désigne par D l'évènement « L'appareil est défectueux ».
On désigne par E l'évènement « L'appareil présente un défaut électrique ».
On désigne par M l'évènement « L'appareil présente un défaut mécanique ».
Les résultats numériques seront donnés avec cinq chiffres après la virgule.

1. Calculer la probabilité de l'évènement : « L'appareil ne présente aucun défaut ».
2. Construire un arbre pondéré représentant cette situation.
3. Calculer les probabilités suivantes :
   a. $P(E\cap M)$;
   b. $P(E)$;
   c. $P(M)$.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Soit f la fonction numérique définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ dont une courbe représentative $(\mathcal{C})$ est donnée en annexe dans un repère orthogonal.
Dans tout le problème on se contentera d'étudier les fonctions sur $]0\,;\,5]$.

1. Au moyen d'une lecture graphique et en utilisant le tableau de valeurs, donner le signe de f sur $]0\,;\,5]$.
2. On note F la primitive de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ qui prend la valeur 0 pour $x=1$.
   La courbe de F est donnée en annexe.
   Calculer, en unité d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathcal{A}$ compris entre la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=\text{e}$.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{1+\ln(x)}{x}.$$

1. Calculer la limite de f en zéro par valeurs supérieures.
   Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathcal{C})$?
2. Calculer la dérivée de f et étudier le signe de cette dérivée.
   Dresser le tableau des variations de f sur $]0\,;\,5]$.

3. Calculer une primitive de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$.
   Donner l'expression de F.

Partie C

Une entreprise qui fabrique des ustensiles de cuisine sait qu'elle peut en produire jusqu'à 5 000 par jour et que son bénéfice, exprimé en milliers de francs, est donné par :

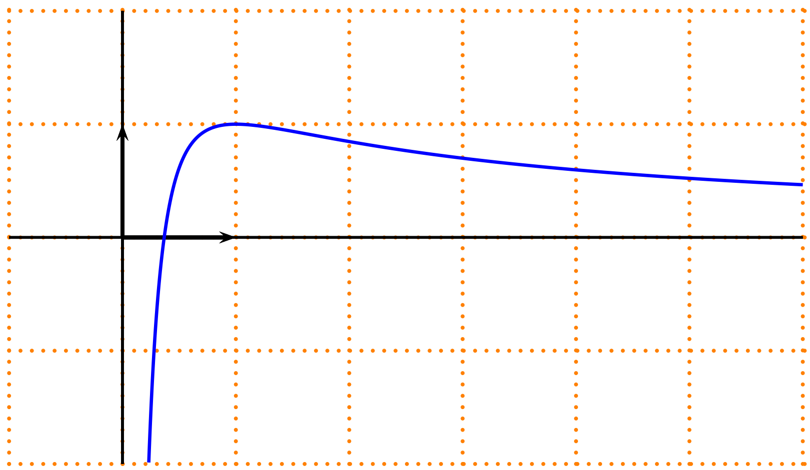
$$B(q) = 10 \times \frac{1 + \ln(q)}{q}$$

où q est le nombre d'unités produites, en milliers.
Déduire de l'étude de la **partie B** :

1. Le nombre minimal d'unités à produire pour que l'entreprise atteigne le seuil de rentabilité (bénéfice positif) ;
2. Le nombre exact d'unités à produire pour que l'entreprise obtienne un bénéfice maximum, ainsi que la valeur de ce bénéfice.

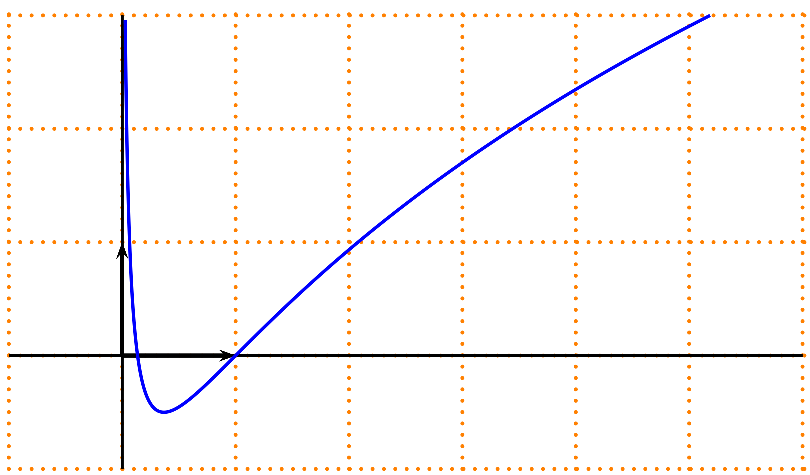
Annexe du problème

Courbe de la fonction f



x	$\frac{1}{\mathrm{e}}$	1	e
$f(x)$	0	1	$\frac{2}{\mathrm{e}}$

Courbe de la fonction F



x	$\frac{1}{\mathrm{e}}$	1	e
$F(x)$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$