

🌀 Baccalauréat C Maroc¹ février 1960 🌀

I. - 1^{er} sujet

Dérivée du quotient de deux fonctions dont chacune possède une dérivée.
Application à l'étude des variations de

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}.$$

On se contentera de déterminer les intervalles où la fonction est définie et est croissante ou décroissante.)

I. - 2^e sujet

Polaire d'un point par rapport à un cercle.

I. - 3^e sujet

Plan radical de deux sphères.

II.

Partie A

1. Montrer que la quantité $\sqrt{x^2 - 1} + x$ est positive si $1 < x$ et négative si $x < -1$.
2. Trouver les limites des expressions suivantes :

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x^2 - 1} + x}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \quad \text{quand } x \rightarrow +\infty \\ & \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1} + x} - 2x \quad \text{quand } x \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

Montrer que $\sqrt{x^2 - 1} + x$ tend vers 0 quand x tend vers $-\infty$.

Trouver les limites de $\frac{\sqrt{x^2 - 1} + x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ quand $x \rightarrow +\infty$.

Partie B

On considère la fonction

$$y = x + \sqrt{x^2 - 1}.$$

1. Préciser les intervalles de variation et les valeurs de y aux bornes de ces intervalles.
2. Calculer la dérivée de y et étudier son signe. En déduire le sens de variation de y .
3. Tracer la courbe représentative (γ) . Pour cela, on montrera qu'elle admet deux asymptotes, d'équations $y = 0$ et $y = 2x$.
4. On associe à tout point M de (γ) de coordonnées $(a ; b)$ son symétrique M_1 par rapport à l'origine des coordonnées. Trouver une relation entre les coordonnées de M_1 .
Tracer la courbe (γ_1) lieu de M_1 .
Montrer que la courbe (Γ) formée de (γ) et de (γ_1) représente le lieu des points dont les coordonnées vérifient la relation

$$(y - x)^2 - x^2 + 1 = 0.$$

1. Antilles, Guyane, Cameroun, Maroc, Togo et ancienne A. E. F.

Partie C

On considère l'équation du second degré

$$(E) \quad (a-1)t^2 + 2(b-a)t + (a+1) = 0,$$

où t est l'inconnue, a et b étant les coordonnées d'un point M d'un plan.

1. Quelle relation doivent vérifier les paramètres a et b pour que (E) ait une racine double?
Trouver le lieu des points M du plan dont les coordonnées vérifient cette relation.
2. Quelle condition doivent vérifier a et b pour que (E) ait deux racines distinctes?
Dans quelle région du plan doit-on choisir M pour qu'il en soit ainsi?