

## ☞ Baccalauréat C Antilles–Guyane Maroc <sup>1</sup> juin 1960 ☞

### I. - 1<sup>er</sup> sujet

Axe radical de deux cercles.

Centre radical de trois cercles.

Application à la construction de l'axe radical de deux cercles.

### I. - 2<sup>e</sup> sujet

Lieu des points conjugués d'un point A par rapport à un cercle (C) donné.

Indiquer et justifier une construction de ce lieu.

Pôle d'une droite.

### I. - 3<sup>e</sup> sujet

Inverse d'un cercle, le pôle d'inversion étant situé dans le plan du cercle.

On précisera le transformé du centre du cercle.

## II.

Étant donnés deux axes de coordonnées rectangulaires  $Ox$  et  $Oy$ , on appelle  $T$  la transformation ponctuelle qui, au point  $M$  de coordonnées  $x$  et  $y$  ( $xy \neq 0$ ), associe le point  $M'$  de coordonnées

$$x' = \frac{a^2}{x} \text{ et } y' = \frac{a^2}{y}, \text{ } a \text{ étant une longueur donnée.}$$

### Partie A

1. Montrer que la transformation  $T$  est réciproque (c'est-à-dire qu'au point  $M'$  elle associe le point  $M$ ) et qu'elle admet quatre points doubles.
2. Montrer que les droites  $OM$  et  $OM'$  sont symétriques par rapport aux bissectrices des droites  $Ox$  et  $Oy$ .
3. Soient  $P$  et  $Q$  les projections de  $M$  sur  $Ox$  et  $Oy$ ,  $P'$  et  $Q'$  celles de  $M'$ .  
Montrer que  $P$  et  $P'$  d'une part,  $Q$  et  $Q'$  d'autre part sont conjugués harmoniques par rapport au cercle (C) de centre  $O$  et de rayon  $a$ .  
En déduire que  $PQ$  et  $P'Q'$  sont les polaires respectives de  $M'$  et de  $M$  par rapport au cercle (C).
4.  $PQ$  et  $P'Q'$  se coupent en  $I$ . Montrer que  $MM'$  est perpendiculaire à  $OI$ .

### Partie B

Dans toute la suite du problème,  $M$  décrit la parabole ( $\mathcal{P}$ ) d'équation  $ay = x^2$ .

1. Calculer, en fonction de l'abscisse  $x$  de  $M$ , les coordonnées de  $M'$ . En déduire que la parabole ( $\mathcal{P}$ ) est globalement invariante dans la transformation  $T$ .
2. Montrer que la droite  $MM'$  passe par le point fixe  $J$  de coordonnées  $(0; -a)$ .  
En déduire le lieu géométrique du point  $I$ .
3. La parabole ( $\mathcal{P}$ ) passe par deux des points doubles de la transformation  $T$ .  
Montrer que les tangentes en ces deux points à la parabole passent par  $J$ .
4. Montrer que les droites  $JP$  et  $OM'$  sont parallèles, ainsi que  $JP'$  et  $OM$ .  
En déduire l'enveloppe des droites  $PQ$  et  $P'Q'$ .

---

1. Cameroun, Maroc, Togo et ancienne A. E. F.