∽ Baccalauréat C Maroc [1] juin 1960 ∾

I. - 1^er^ sujet
Axe radical de deux cercles.
Centre radical de trois cercles.
Application à la construction de l'axe radical de deux cercles.

I. - 2^e^ sujet
Lieu des points conjugués d'un point A par rapport à un cercle (C) donné.
Indiquer et justifier une construction de ce lieu.
Pôle d'une droite.

I. - 3^e^ sujet
Inverse d'un cercle, le pôle d'inversion étant situé dans le plan du cercle.
On précisera le transformé du centre du cercle.

II.

Étant donnés deux axes de coordonnées rectangulaires Ox et Oy, on appelle T la transformation ponctuelle qui, au point M de coordonnées x et y ($xy \neq 0$), associe le point M' de coordonnées

$$x' = \frac{a^2}{x} \text{ et } \quad y' = \frac{a^2}{y}, \ a \text{ étant une longueur donnée.}$$

Partie A

1. Montrer que la transformation T est réciproque (c'est-à-dire qu'au point M' elle associe le point M) et qu'elle admet quatre points doubles.
2. Montrer que les droites OM et OM' sont symétriques par rapport aux bissectrices des droites Ox et Oy.
3. Soient P et Q les projections de M sur Ox et Oy, P' et Q' celles de M'.
   Montrer que P et P' d'une part, Q et Q' d'autre part sont conjugués harmoniques par rapport au cercle (C) de centre O et de rayon a.
   En déduire que PQ et $P'Q'$ sont les polaires respectives de M' et de M par rapport au cercle (C).
4. PQ et $P'Q'$ se coupent en I. Montrer que MM' est perpendiculaire à OI.

Partie B

Dans toute la suite du problème, M décrit la parabole ($\mathscr{P}$) d'équation $ay = x^2$.

1. Calculer, en fonction de l'abscisse x de M, les coordonnées de M'. En déduire que la parabole ($\mathscr{P}$) est globalement invariante dans la transformation T.
2. Montrer que la droite MM' passe par le point fixe J de coordonnées $(0\,;\,-a)$.
   En déduire le lieu géométrique du point I.
3. La parabole ($\mathscr{P}$) passe par deux des points doubles de la transformation T.
   Montrer que les tangentes en ces deux points à la parabole passent par J.
4. Montrer que les droites JP et OM' sont parallèles, ainsi que JP' et OM.
   En déduire l'enveloppe des droites PQ et $P'Q'$.

1. Antilles, Guyane, Cameroun, Maroc, Togo et ancienne A. E. F.