Baccalauréat Antilles juin 1952 série mathématiques

I. - 1er sujet.

Résoudre et discuter l'équation

$$\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}=\lambda$$

où λ est une constante donnée.

I. - 2e sujet

Dans quelle région du plan doit se trouver le point M de coordonnées x et y pour que

$$\sqrt{2(x+y)+1}+\sqrt{2(x-y)+1}<2\ ?$$

I. - 3e sujet

Résoudre et discuter le système

$$\left\{\begin{array}{lcl}(2m-1)x+(m-1)y &=& 1+\sqrt{3}\\ (m-2)x+my &=& 2.\end{array}\right.$$

II.

Un petit anneau M, assimilable à un point matériel, est assujetti à glisser sur une parabole de paramètre a, d'axe vertical Oy, tournant sa concavité vers le bas.

1. Le glissement s'effectuant sans frottement, on suppose l'anneau soumis à son poids p et à une attraction du foyer F de la parabole en raison inverse du carré de la distance, donnée en grandeur par $\dfrac{p\text{K}^2}{\overline{\text{MF}}^2}$, K étant une constante.
   Déterminer les positions d'équilibre de l'anneau et discuter leur nombre suivant les valeurs de K.
   Calculer la réaction qu'exerce la parabole sur l'anneau en ses diverses positions d'équilibre.

Dans ce qui suit, on suppose que l'anneau n'est plus soumis à l'attraction de F mais seulement à son poids p. On admettra par contre que le glissement s'effectue avec frottement.

2. Déterminer les nouvelles positions d'équilibre de l'anneau connaissant le coefficient de frottement f.
3. Le cercle de centre F passant par les points M_1 et M_2 qui limitent la plage d'équilibre coupe l'axe Oy en N et T, T désignant le point extérieur à la parabole.
   Évaluer, en fonction de a et f, les aires S_1 et S_2 des triangles NM_1M_2 et TM_1M_2.
   Étudier les variations de la fonction $\text{S}=\text{S}_1-\text{S}_2$ quand, a restant constant, f varie de 0 à 1.
4. Déterminer f sachant que l'aire de la portion de plan comprise entre l'arc de parabole M_1M_2 et sa corde est $\dfrac{a^2}{6}$.