Baccalauréat Antilles-Guyane juin 1961
Série mathématiques

I. EXERCICE 1

Limite, quand x tend vers l'infini par valeurs négatives, de

$$y = \sqrt{x^2 + x + 3} + 2x.$$

I. EXERCICE 2

Déterminer les valeurs de

$$A\,(0 < A < 180°)$$

qui vérifient l'inéquation

$$\frac{-5\cos^2 A + 3\cos A + 3}{\cos A} < 1$$

II.

Soient une droite (D) et deux points, O et A de (D), distincts et tels que OA = a (a. > 0).
Le cercle (A), de centre A, de rayon a, est coupé en ω distinct de O, par un *cercle variable* (E) tangent en O à (D).
On appelle (Ω) le cercle de centre ω, de rayon $R = \dfrac{\mathrm{O}\omega}{2}$ Les points communs à (Ω) et (E) sont désignés par m et n.
La droite mn rencontre la droite Oω en I et la droite (D) en P.

Partie A

1. Comparer les puissances de I par rapport au. cercles (Ω), (E), (A).
2. Exprimer, de deux manières différentes en fonction des mesures de Iω et IO, la puissance de I par rapport à ces cercles.
3. En déduire que le rapport $\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OI}}}{\overrightarrow{\mathrm{O}\omega}} = \dfrac{3}{4}$.
4. Lieu géométrique (Γ) du point I.
   Comparer les directions des droites mn et ωA.
   Que peut-on en conclure au sujet de P ?
5. Montrer que les cercles (Γ) et (Ω) sont orthogonaux.

Partie B

On considère l'inversion $\sum$, de pôle O, de puissance $2a^2$.
$\left(\Omega'\right)$ désigne l'inverse de (Ω) ; les points M et N sont, respectivement, les transformés de m et n.

1. Déterminer et construire géométriquement le lieu (Δ) du centre B de $\left(\Omega'\right)$.

2. Déterminer et construire géométriquement le lieu de H, inverse du point ω.
3. Construire géométriquement $\left(\Omega'\right)$.
   Le milieu r du segment OB appartient à $\left(\Omega'\right)$; pourquoi ?
4. Quelle est la direction de la droite MH ? Construire M.
5. Évaluer le rapport $\dfrac{M\text{O}}{MH}$.
   Lieu géométrique (C) du point M ; en donner les éléments principaux (excentricité, foyers, directrices, cercle principal, asymptotes).
6. Lieu géométrique des points de contact des tangentes issues du ·point O au cercle $\left(\Omega'\right)$.
   Rôle de ce lieu par rapport à (C).