

## 🌀 Baccalauréat Série mathématiques Antilles-Guyane juin 1961 🌀

### I. EXERCICE 1

Limite, quand  $x$  tend vers l'infini par valeurs négatives, de

$$y = \sqrt{x^2 + x + 3} + 2x.$$

### I. EXERCICE 2

Déterminer les valeurs de

$$A (0 < A < 180^\circ)$$

qui vérifient l'inéquation

$$\frac{-5 \cos^2 A + 3 \cos A + 3}{\cos A} < 1$$

### II.

Soient une droite (D) et deux points, O et A de (D), distincts et tels que  $OA = a$  ( $a > 0$ ).

Le cercle (A), de centre A, de rayon  $a$ , est coupé en  $\omega$  distinct de O, par un *cercle variable* (E) tangent en O à (D).

On appelle ( $\Omega$ ) le cercle de centre  $\omega$ , de rayon  $R = \frac{O\omega}{2}$ . Les points communs à ( $\Omega$ ) et (E) sont désignés par  $m$  et  $n$ .

La droite  $mn$  rencontre la droite  $O\omega$  en I et la droite (D) en P.

#### Partie A

1. Comparer les puissances de I par rapport au. cercles ( $\Omega$ ), (E), (A).
2. Exprimer, de deux manières différentes en fonction des mesures de  $I\omega$  et  $IO$ , la puissance de I par rapport à ces cercles.

3. En déduire que le rapport  $\frac{\overrightarrow{OI}}{\overrightarrow{O\omega}} = \frac{3}{4}$ .

4. Lieu géométrique ( $\Gamma$ ) du point I.  
Comparer les directions des droites  $mn$  et  $\omega A$ .  
Que peut-on en conclure au sujet de P?

5. Montrer que les cercles ( $\Gamma$ ) et ( $\Omega$ ) sont orthogonaux.

#### Partie B

On considère l'inversion  $\Sigma$ , de pôle O, de puissance  $2a^2$ .

( $\Omega'$ ) désigne l'inverse de ( $\Omega$ ); les points  $M$  et  $N$  sont, respectivement, les transformés de  $m$  et  $n$ .

1. Déterminer et construire géométriquement le lieu ( $\Delta$ ) du centre B de ( $\Omega'$ ).
2. Déterminer et construire géométriquement le lieu de  $H$ , inverse du point  $\omega$ .
3. Construire géométriquement ( $\Omega'$ ).  
Le milieu  $r$  du segment  $OB$  appartient à ( $\Omega'$ ); pourquoi?
4. Quelle est la direction de la droite  $MH$ ? Construire  $M$ .
5. Évaluer le rapport  $\frac{MO}{MH}$ .  
Lieu géométrique (C) du point  $M$ ; en donner les éléments principaux (excentricité, foyers, directrices, cercle principal, asymptotes).
6. Lieu géométrique des points de contact des tangentes issues du point O au cercle ( $\Omega'$ ).  
Rôle de ce lieu par rapport à (C).