

∞ Baccalauréat Antilles–Guyane septembre 1966 ∞
série mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

1. Trois points, A, B et C, étant donnés dans l'espace, construire le point G tel que

$$\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}.$$

On distinguera le cas où A, B, C sont alignés et celui où ils ne sont pas alignés.

2. En utilisant le point G précédent, rechercher l'ensemble des points M de l'espace tels que

$$MA^2 - MB^2 + MC^2 = k.$$

(k : constante réelle donnée).

EXERCICE 2

1. Dans le repère Ox, Oy orthonormé, on envisage les graphiques (C) et (C'), des fonctions

$$x \mapsto 2\sqrt{x+1} \quad \text{et} \quad x \mapsto -2\sqrt{x+1}$$

Montrer que $(C) \cup (C')$ est une parabole, (P), dont on précisera le foyer, la directrice, le paramètre et l'axe de symétrie.

2. M est un point de (P), d'abscisse m. Soit (D₁) et (D₂) les droites d'équations respectives $y = x + 2$ et $x = -1$; soit M₁ et M₂ les intersections de la tangente en M à (P) avec (D₁) et (D₂).

On introduit les points A₁(-1 ; +1) et A₂(-1 ; 0).

Calculer, en fonction de m, les composantes, sur les axes, des vecteurs $\overrightarrow{A_1M_1}$ et $\overrightarrow{A_2M_2}$.

On considérera successivement le cas où M est sur (C) et le cas où M est sur (C').

3. Montrer qu'on passe de $\overrightarrow{A_1M_1}$ à $\overrightarrow{A_2M_2}$ par une similitude, dont on précisera le centre, l'angle et le rapport.

4. Vérifier que la médiatrice de OM₁ coïncide avec la médiane, issue de M₂ du triangle OM₁M₂.
En déduire l'enveloppe de cette médiane, quand m varie.

On distinguera les cas suivants : M sur (C) et M sur (C').